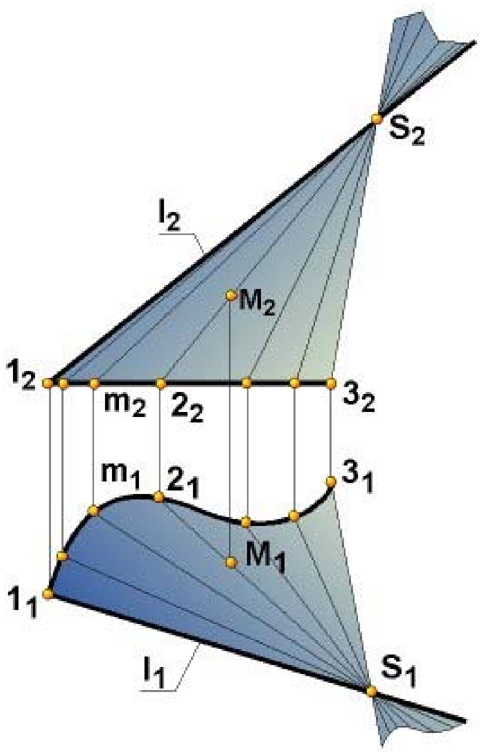
Министерство образования и науки РФ
Нижнекамский химико-технологический институт (филиал)
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Казанский национальный исследовательский технологический университет»

О.А. Маркова

АЗБУКА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

ЧАСТЬ I

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



Нижнекамск
2012

УДК 514
М 25

Печатается по решению редакционно-издательского совета Нижнекамского химико-технологического института (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ».

Рецензенты:
Закиров М.А., кандидат технических наук, доцент;
Пивкин С.Д., кандидат педагогических наук, доцент.

Маркова, О. А.
М 25 Азбука начертательной геометрии. Часть I : учебное пособие / О.А. Маркова. – Нижнекамск : Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2012. - 44 с.

Пособие разработано в первую очередь для тех, кто испытывает сложности в изучении данной дисциплины, кому трудно восприятие текста учебника и адаптировано к разным уровням базовой подготовленности обучаемых. В конце каждой темы даны контрольные вопросы и тесты для повторения и закрепления учебного материала.

В пособии рассмотрены правила построения изображений, основанные на методе проекций. Даны базовые понятия, проецирование точки, прямой линии, плоскости, решение некоторых позиционных задач начертательной геометрии.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся в учреждениях высшего профессионального образования по программам бакалавриата.

Подготовлено на кафедре «Техника и физика низких температур» НХТИ ФГБОУ ВПО «КНИТУ».

УДК 514

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто желает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением.

А. Дистервег

Азбука - первый учебник, который открывает человек в своей жизни и по которому учится читать. Название данного пособия «Азбука начертательной геометрии» подразумевает то, что учебный материал по дисциплине в работе изложен наиболее просто и расположен в последовательности, с точки зрения автора, необходимой для лучшего его усвоения.

Следует отметить, что многие ученые называют и саму науку «Начертательная геометрия» азбукой - азбукой технических чертежей. Один из создателей начертательной геометрии французский ученый и инженер Гаспар Монж (1746 – 1818 гг.) говорил: «Чертеж – язык техники». «Если чертеж является языком техники, то начертательная геометрия служит грамматикой этого языка, так как она учит нас правильно читать и излагать наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними только линиями и точками как элементами всякого изображения», - дополняя это высказывание, писал русский профессор В. И. Курдюмов (1853 – 1904 гг.).

Начертательная геометрия продолжает развиваться как наука во многих направлениях, она и сегодня является одним из лучших средств развития у человека пространственного воображения и мышления. Использование ее методов зачастую единственное рациональное решение при конструировании многих технических сложных поверхностей.

Начертательная геометрия считалась и считается трудноусваиваемой вузовской дисциплиной, для ее понимания требуется немало затрат сил и времени. В то же время следует учитывать, что одним из направлений организации высшей школы является усиление самостоятельности, предоставляемой студентам. Поэтому в пособие после каждого изложенного тематического раздела для повторения и закрепления изучаемого, а также в целях самопроверки размещены тесты и контрольные вопросы, на которые необходимо ответить. В конце работы указана литература для желающих ознакомиться с различными трактовками изложения одного и того же материала и дополнительными, не входящими в учебную программу сведениями по темам дисциплины.

Пособие предназначено в первую очередь для тех, кто испытывает сложности в изучении данной дисциплины, кому трудно восприятие текста учебника. Правильно построенные самостоятельные занятия помогают разрешить трудности в изучении и освоении учебного материала начертательной геометрии.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И СИМВОЛЫ

В изучаемом нами курсе начертательной геометрии приняты следующие обозначения и символы:

- точки пространства обозначают прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, D,... или цифрами 1, 2, 3, 4, ...;
- прямые и кривые линии пространства - строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, d, ... или прописными буквами: АВ, СД, ...;
- при образовании чертежа плоскости проекций обозначают буквой π с добавлением нижнего индекса 1, 2, 3..., при этом:

горизонтальная плоскость проекций обозначается π_1($П_1$),

фронтальная плоскость проекций - π_2 ($П_2$),

профильная плоскость проекций - π_3 ($П_3$);

- линии уровня обозначают:

H (h) - горизонталь,

F (f) - фронталь,

P (p) - профильная прямая;

α, β, ... - углы;

[АВ], [СД], ... - отрезок прямой;

|АВ| - расстояние между точками А и В;

$\|$ - параллельность;

$\perp$ - перпендикулярность;

$=$ - равенство, результат;

$\equiv$ - тождественность, совпадение;

$\in$ - принадлежность;

$\cap$ - пересечение;

$\Rightarrow$ - логическое следование;

$\Leftrightarrow$ - эквивалентность;

Δ - треугольник;

$\llcorner$ - прямой угол

РАЗДЕЛ № 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОСТРОЕНИЯ ЧЕРТЕЖА

1.1. Предмет начертательной геометрии

...Что же мы изучаем в геометрии, - как будто только призраки, создания нашего воображения... Тем не менее, мы твердо знаем, что законы и правила, выведенные из этих призрачных объектов, с непреодолимой силой подчиняют себе материальную природу.

П. Рашевский

Начертательная геометрия имеет ту же цель, что и геометрия вообще - это изучение геометрических фигур (предметов, объектов). Любые геометрические задачи могут быть решены или аналитически, то есть посредством вычислений по соответствующим формулам, что составляет предмет аналитической геометрии, или графически. В начертательной геометрии используют *графические методы решения задач*, выполняемые на плоском чертеже.

Изображения объектов являются моделями этих объектов на плоскости. Между пространственной формой и ее плоским изображением всегда устанавливается строгая геометрическая связь. Если изображение на плоскости построено по правилам начертательной геометрии, то по чертежу возможно изучить формы, понять свойства, судить о размерах, расположении в пространстве начерченного (нарисованного) объекта.

Значит, *предметом начертательной геометрии является изложение и обоснование способов построения изображений пространственных форм на плоскости.* Любое отображение пространственных объектов на плоскость осуществляется посредством проецирования. Все чертежи строят при помощи способа (метода) проецирования, поэтому их и называют *проекционными*.

1.2. Способы проецирования

Рассмотрение способа проекций начинается с построения проекций точки, так как при создании плоского изображения *любая пространственная форма рассматривается как множество принадлежащих ей точек*. При проецировании совокупность точек пространства ставится в соответствие совокупности точек на плоскости проекции. Следовательно, способ проецирования заключается в том, что любая точка пространства может быть спроецирована с помощью проецирующих лучей (проецирующих прямых) на любую плоскость.

Для примера возьмем в пространстве произвольную плоскость π и геометрический объект - некоторую точку А. Сущность метода проецирования заключается в том, что проекция $A\pi$ получается в результате пересечения проецирующей прямой n, проходящей через данную точку А ($A \in n$), с плоскостью проекций π (рисунок 1):

$A\pi = n \cap \pi$.

Для получения проекции какой-либо линии проецируют ряд ее точек с последующим соединением полученных проекций точек (рисунок 2).

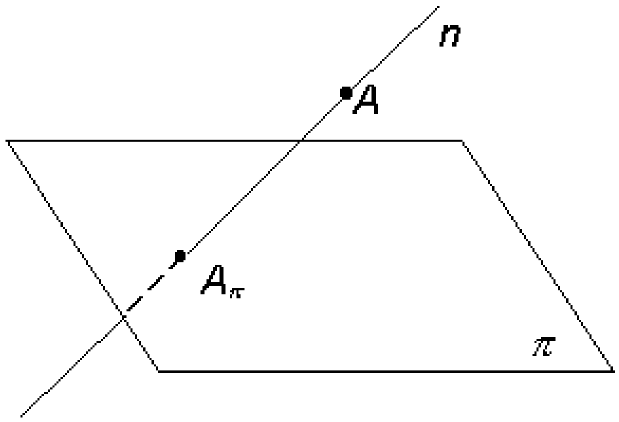


Рисунок 1

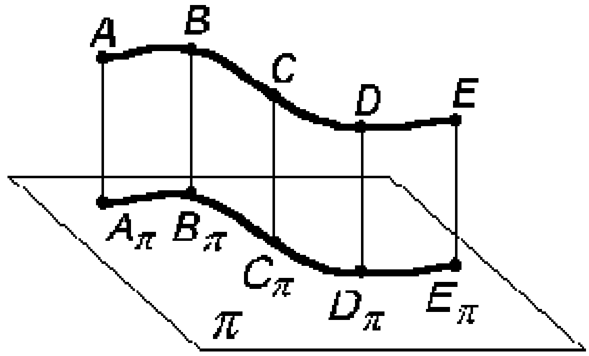


Рисунок 2

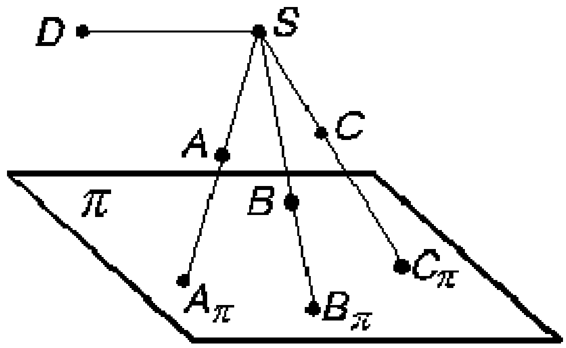
π - плоскость проекций;

A, B, C, D и E - геометрические объекты пространства (точки);

Aπ, Bπ, Cπ, Dπ и Eπ - проекции геометрических объектов пространства на плоскость проекций π.

Знание построения проекций точек и линий позволяет в дальнейшем правильно проецировать любые поверхности геометрических фигур.

Различают центральное и параллельное проецирование. Пример *центрального проецирования* представлен на рисунке 3.



π - плоскость проекций;
S - центр проекций;
A, B, C и D - некоторые точки пространства;
Aπ, Bπ, Cπ - центральные проекции точек A, B и C на плоскость π.

Рисунок 3

Чтобы получить центральные проекции, необходимо задаться плоскостью проекций, например, плоскостью π и центром проекций – точкой S, не лежащей в этой плоскости. Пусть дана некоторая точка А. Если провести прямую через известные точки А и S, и продолжить до пересечения с заданной плоскостью, получим точку A_1, которая и будет являться центральной проекцией заданной точки. Так же поступаем с точками В и С. Их центральными проекциями будут точки Bπ и Cπ: они получаются в пересечении проецирующих прямых SB и SC с плоскостью проекций π. Если для некоторой точки D проецирующий луч окажется параллельным плоскости проекций, то принято считать, что луч и плоскость все равно пересекутся, но в бесконечно удаленной точке. Удаленной в бесконечности проекцией точки D будет Dπ.

Проекции точек A и B, лежащих на одном проецирующем луче, совпадают (рисунок 4): Aπ ≡ Bπ. Построение центральных проекций кривой MN показано на рисунке 5.

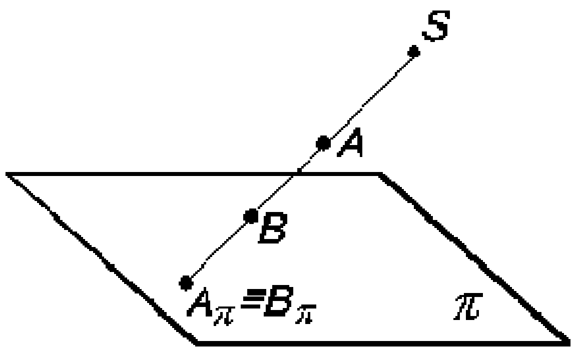


Рисунок 4

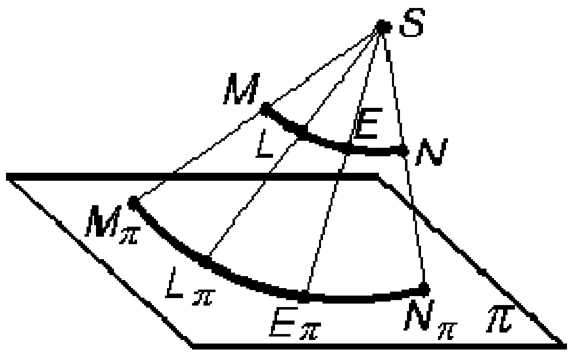


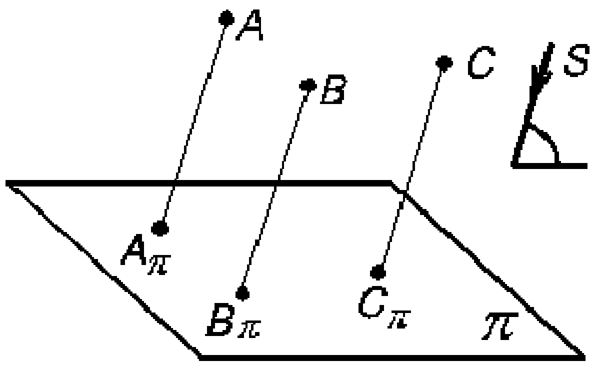
Рисунок 5

Изображение предметов при помощи центрального проецирования обладает достаточной наглядностью, так как процесс человеческого зрения в геометрическом отношении схож с методом центрального проецирования, оптический центр хрусталика глаза можно принять за центр проекций, а участок задней стенки сетчатки за плоскость проекций. Однако этот метод в значительной степени искажает форму и размеры оригинала, так как не сохраняет параллельности прямых и отношения отрезков. Размерность объекта сохраняет параллельное проецирование.

Параллельное проецирование является частным случаем центрального проецирования, если считать, что центр проекций находится в бесконечно удаленной точке. При таком проецировании принято считать, что все проецирующие лучи параллельны некоторому заданному направлению. Поэтому, чтобы построить проекцию некоторой точки нужно задать плоскость проекций и направление параллельного проецирования. Проекцией точки будет точка пересечения проецирующей прямой, проведенной параллельно заданному направлению, с плоскостью проекций.

Значит, *параллельным называется проецирование, при котором все проецирующие лучи между собой параллельны*, оно может быть косоугольным и прямоугольным. При косоугольном проецировании проецирующие лучи составляют с плоскостью проекций угол, не равный 90°, при прямоугольном проецировании проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.

Пример *параллельного косоугольного проецирования* представлен на рисунке 6.



π - плоскость проекций;
S - заданное направление;
A, B и C - некоторые точки пространства;
Aπ, Bπ и Cπ - соответственно проекции точек A, B и C.

Рисунок 6

Параллельное прямоугольное проецирование чаще всего называют ортогональным. Пример *ортогонального проецирования* приведен на рисунке 7.

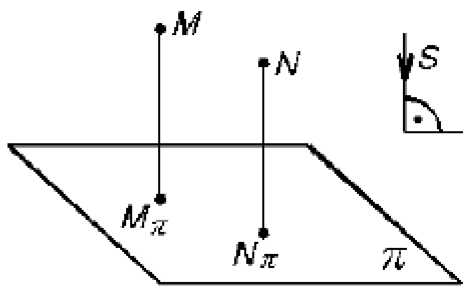


Рисунок 7

Косоугольная проекция используется в основном для получения аксонометрических изображений, а ортогональная проекция технических чертежей, так как ее применение позволяет наиболее легко судить о формах и размерах изображаемых предметов.

1.3. Свойства ортогонального проецирования

Ортогональное проецирование имеет следующие свойства:

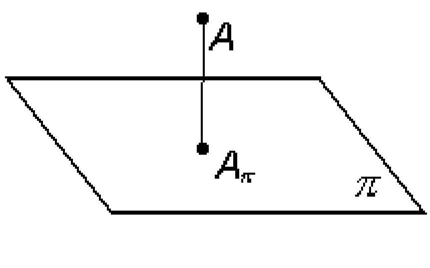


Рисунок 8

Свойство 1.
Анализ построения точки (рисунок 8):
- проекция точки есть точка;
- если точка принадлежит плоскости проекций, то точка и ее проекция совпадают, то есть точка проецируется сама в себя.

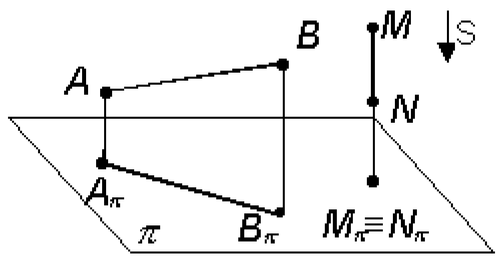


Рисунок 9

Свойство 2.

Анализ построения отрезка прямой (рисунок 9):

- проекция прямой в общем случае есть прямая;

- если прямая располагается перпендикулярно какой-либо плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется в виде точки (частный случай):

$$M\pi \equiv N\pi.$$

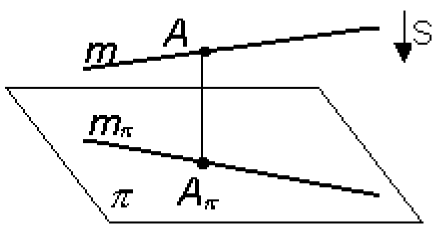


Рисунок 10

Свойство 3.

Анализ построения точки, принадлежащей прямой (рисунок 10):

- если точка принадлежит прямой, то одноименные проекции точки принадлежат одноименным проекциям прямой:

$$A \in m \;\; \Rightarrow \;\; A\pi \in m\pi;$$

- проекцией прямой является множество проекций всех ее точек, в том числе и упомянутой в этом свойстве точки A.

Примечание. Рассмотренные выше свойства ортогональных проекций являются и свойствами для центрального проецирования.

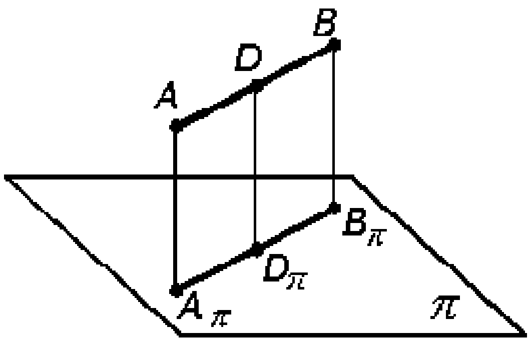


Рисунок 11

Свойство 4.

Анализ построения деления отрезка в каком-либо отношении (рисунок 11):

- если точка делит отрезок прямой в каком-либо отношении, то ее проекция делит проекцию отрезка в том же самом отношении:

$$[AD] : [DB] \;=\; [A\pi D\pi] : [D\pi B\pi].$$

Свойство 5.

Анализ построения прямой, параллельной плоскости проекций (рисунок 12):

- если прямая параллельна плоскости проекций, то на эту плоскость эта прямая проецируется без искажений:

$$m \parallel \pi \;\Rightarrow\; m_\pi = m;$$

$$m \parallel \pi \;\Rightarrow\; [A_\pi D_\pi] = [AB].$$

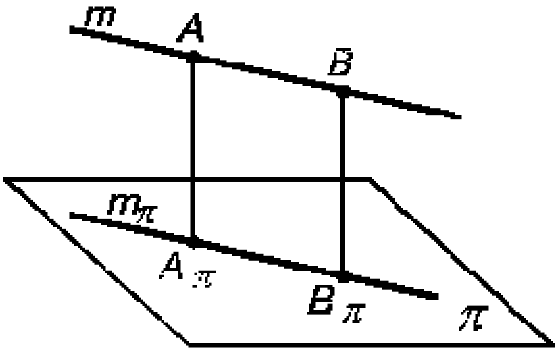


Рисунок 12

Примечание. Если плоская геометрическая фигура параллельна плоскости проекций, то проекция этой фигуры на плоскость проекций соответствует самой фигуре.

Свойство 6.

Анализ построения пересекающихся прямых (рисунок 13):

- если прямые в пространстве пересекаются, то их проекции также пересекаются (общий случай):

$$m \cap n = C \;\Rightarrow\; m_\pi \cap n_\pi = C_\pi;$$

- в частном случае проекции пересекающихся прямых могут совпадать.

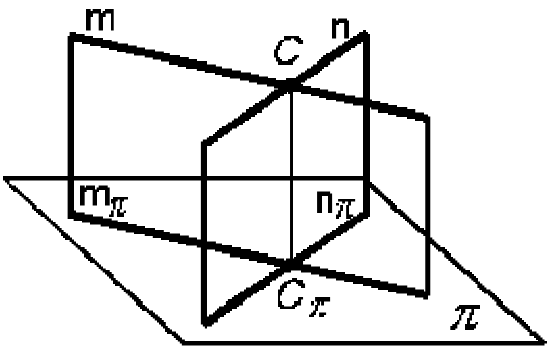


Рисунок 13

Свойство 7.

Анализ построения параллельных прямых (рисунок 14):

- если прямые в пространстве параллельны, то их проекции также параллельны:

$$a \parallel b \;\Rightarrow\; a_\pi \parallel b_\pi.$$

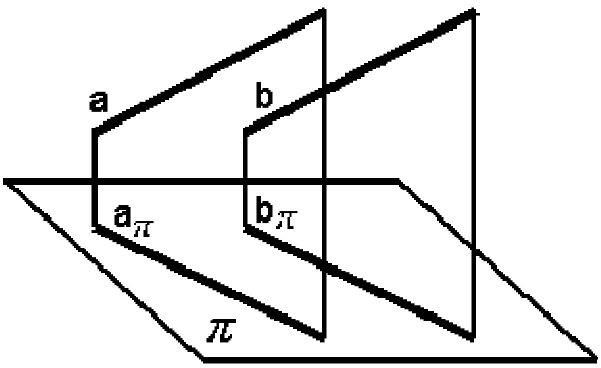


Рисунок 14

1.4. Обратимость чертежа. Метод Монжа

Чтобы чертеж был равноценен изображаемому предмету, к нему предъявляют особые требования - это обратимость, точность, наглядность.

Рассмотренные методы проецирования позволяют решать прямую задачу: строить проекционный чертеж объекта. Однако обратная задача не решается однозначно - по проекционному чертежу нельзя воспроизвести, восстановить оригинал.

По единственной проекции $A\pi$ (рисунок 8) невозможно определить положение самой точки A в пространстве или хотя бы расстояние от точки до плоскости проекций π. По проекции на плоскости $M\pi \equiv N\pi$ отрезка MN (рисунок 9) нельзя найти длину этого отрезка.

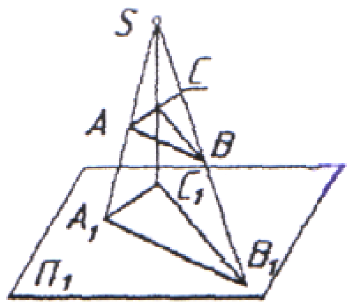
Таким образом, все рассмотренные выше чертежи, имеющие одну проекцию объекта, не обладают свойством обратимости. Для однозначности решения обратной задачи необходимо проецирование оригинала на несколько плоскостей, что и было предложено выдающимся ученым - геометром Гаспаром Монжем.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Что называется проекцией, проецированием и каковы основные способы проецирования?
2. Сущность центрального и параллельного проецирования.
3. Что представляет собой метод ортогональных проекций (метод Монжа)?
4. Какие знаете свойства ортогонального проецирования?
5. В чем заключается обратимость чертежа?
6. Определяет ли одна проекция точки ее положение в пространстве?

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Проецирование, при котором проецирующие лучи выходят из одной точки, называется:__.



а) ортогональным
б) центральным
в) косоугольным
г) произвольным

2. В начертательной геометрии используют __________ методы решения задач.

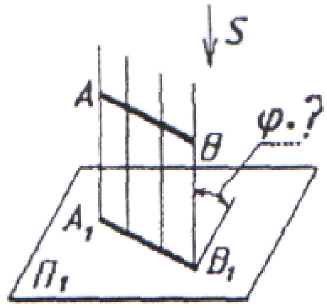
3. Угол наклона проецирующих лучей к плоскости проекций при ортогональном проецировании составляет:__.

а) 45°

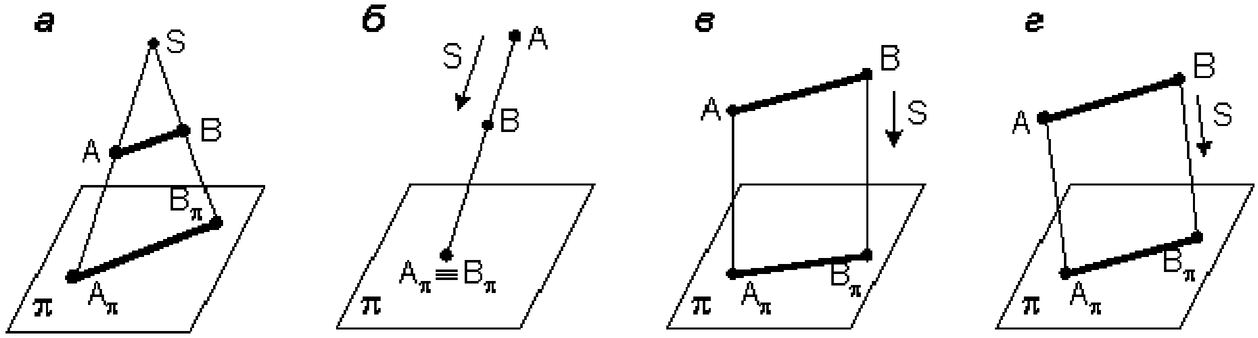
б) 60°

в) 90°

г) произвольное число градусов



4. На каком чертеже построена ортогональная проекция отрезка АВ:__.



5. Любая пространственная форма рассматривается как множество принадлежащих ей:__.

а) кривых б) точек в) прямых

6. Плоская фигура, параллельная плоскости проекции, проецируется в натуральную величину при использовании _____________ проецирования.

7. Предметом начертательной геометрии является __________________________.

8. Однозначное соответствие между проецируемым объектом и его изображением называется _____________ чертежа.

РАЗДЕЛ № 2. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

2.1. Проецирование точки на две плоскости проекций

Обратимость чертежа может быть обеспечена ортогональным проецированием на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций π_1 и π_2. Плоскость π_1, расположенная горизонтально, называется горизонтальной плоскостью проекций, а вертикальная плоскость π_2 - фронтальной плоскостью проекций. Линия пересечения плоскостей проекций называется осью проекций - X (рисунок 15). Ось проекций X делит каждую плоскость на две полуплоскости - положительную и отрицательную. Плоскости делят окружающее пространство на четыре четверти - I, II, III, IV. Для образования плоского чертежа плоскость проекций π_1 путем вращения вокруг оси X совмещают с плоскостью π_2, причем изображение на плоскости π_2, как и саму плоскость, следует считать неподвижными (рисунок 16).

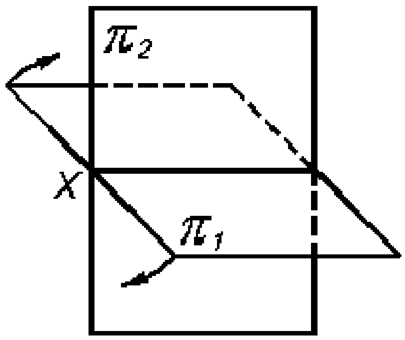


Рисунок 15

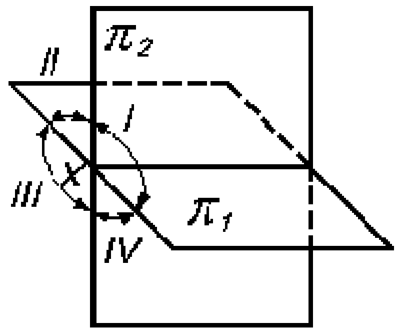


Рисунок 16

Рассмотрим построение проекций некоторой точки А, расположенной в первой четверти системы $\pi_1\pi_2$. Проведя через точку А перпендикуляры (проецирующие лучи) из бесконечно удаленных центров S_1 и S_2 к плоскостям проекций π_1 и π_2, получаем горизонтальную A_1 и фронтальную A_2 проекции точки: $\pi_1 \perp \pi_2$; $AA_1 \perp \pi_1$; $AA_2 \perp \pi_2$ (рисунок 17). Две взаимно перпендикулярные прямые A_1A_X и A_2A_X принято называть линиями связи проекций, а A_X - точкой схода или осевая проекция точки. Таким образом, точка А в пространстве характеризуется двумя проекциями A_2 и A_1 на плоскости π_1 и π_2 и линиями связи A_2A_x и A_1A_X (рисунок 18).

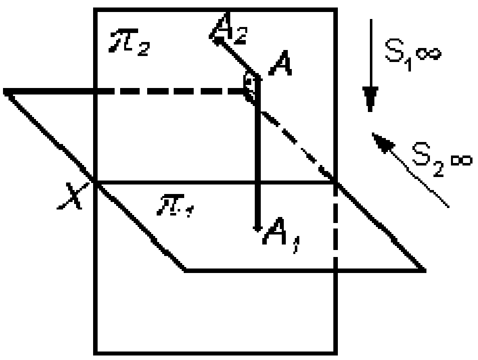


Рисунок 17

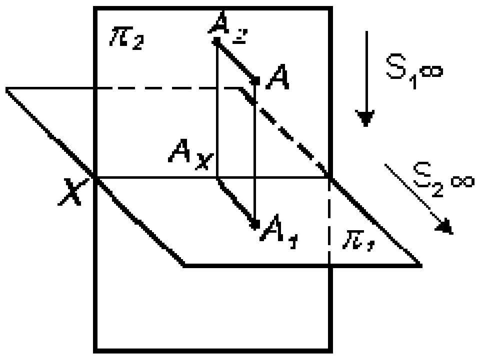


Рисунок 18

$AA_1 = A_2A_X$ - расстояние от точки А до плоскости π_1;

$AA_2 = A_1A_X$ - расстояние от точки А до плоскости π_2. По этим данным можно определить расстояние от точки А до оси X.

Обратная задача также легко выполнима. Если известны проекции A_1, A_2 некоторой точки, то они и определяют положение точки А в пространстве.

Примечание. Чертежи, изображенные на рисунках 15-18, называют наглядными.

2.2. Образование комплексного чертежа

Для получения обратимого чертежа применяют *комплексный чертеж*, когда от изображения пространственной системы плоскостей переходят к плоскостной. Плоскостное изображение получают на взаимно перпендикулярных плоскостях проекций π_1 и π_2, которые совмещаются с плоскостью чертежа (рисунок 19). Проекции точки A_1 и A_2 располагаются на одной линии проекционной связи, перпендикулярной оси X - A_2A_1 (рисунок 20).

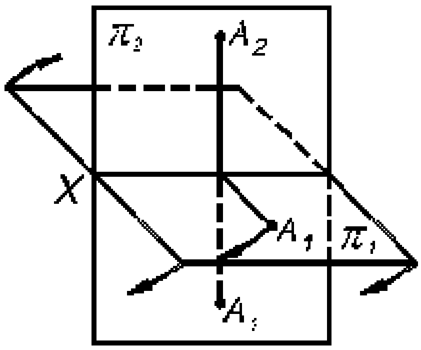


Рисунок 19

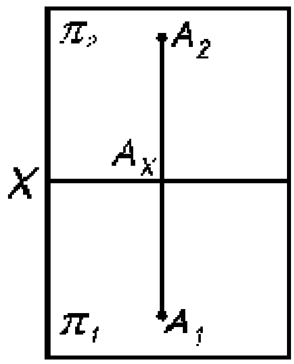


Рисунок 20

Так как любые плоскости считаются бесконечными в пространстве, то границы плоскостей проекций π_1 и π_2 можно совсем не изображать (рисунок 21).

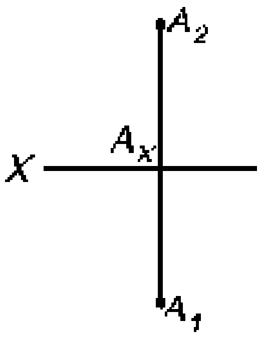


Рисунок 21

Такое изображение называют *эпюром Монжа* (от франц. «epure» - чертеж). Заменив наглядное изображение эпюром, мы утратили пространственную картину расположения объектов. Несмотря на то что построение изображения значительно упростилось, такой чертеж сохранил свойства, позволяющие точно отвечать на метрические (связанные с измерением) вопросы.

2.3. Изображение точек в четвертях пространства

Точка, заданная в пространстве, может иметь различные положения относительно плоскостей проекций π_1 и π_2 .

Примеры чертежей положений точек в четвертях пространства.

Показаны эпюры точек A и B, находящихся в I четверти на рисунке 22:

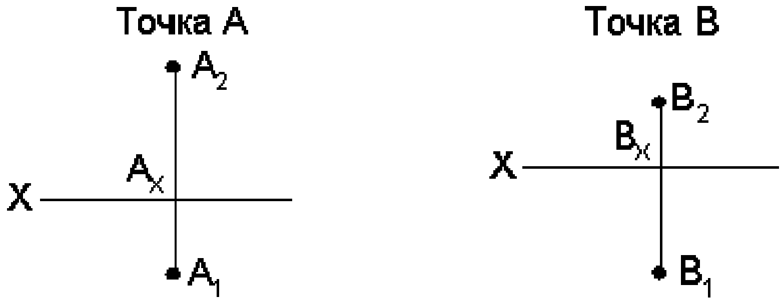


Рисунок 22

Приведены чертежи точек на рисунке 23, расположенных во II четверти, на рис. 24 - в III четверти, на рис. 25 - в IV четверти:

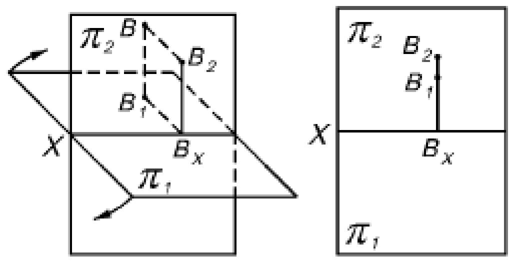


Рисунок 23

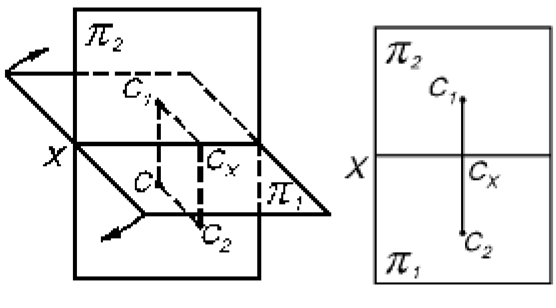


Рисунок 24

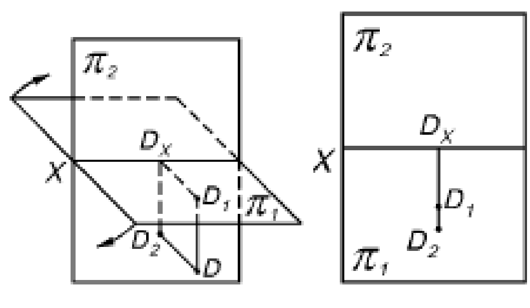


Рисунок 25

Рисунок 26 - точка A лежит на положительной полуплоскости π_1, рисунок 27 - точка B на отрицательной полуплоскости π_1; рисунок 28 - точка C на положительной полуплоскости π_2; рисунок 29 - точка D на отрицательной полуплоскости π_2; рисунок 30 - точка К одновременно принадлежит и плоскости π_1 и плоскости π_2, то есть лежит на оси X:

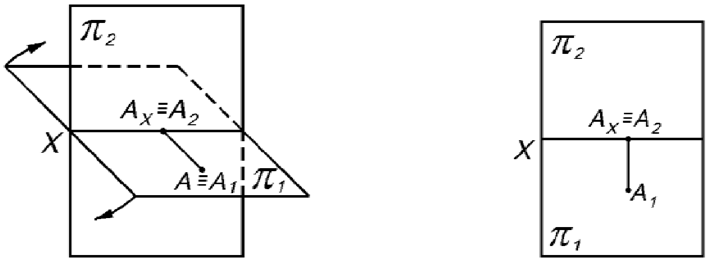


Рисунок 26

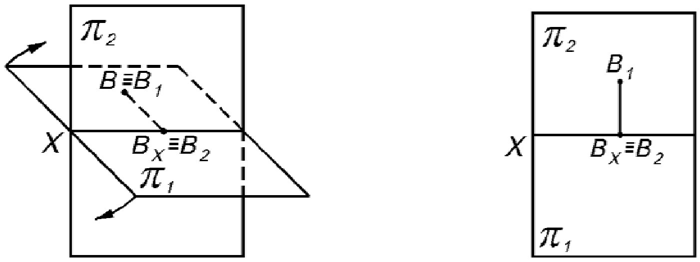


Рисунок 27

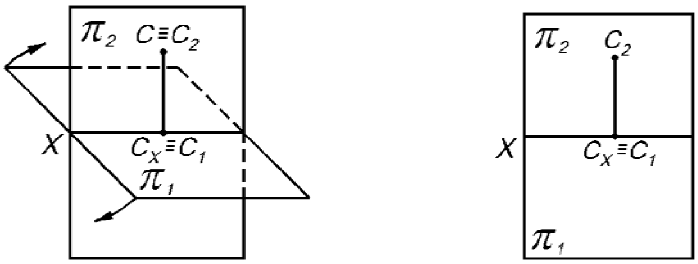
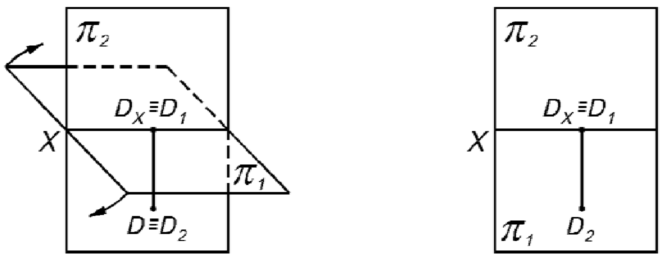


Рисунок 28



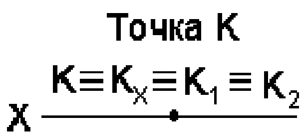
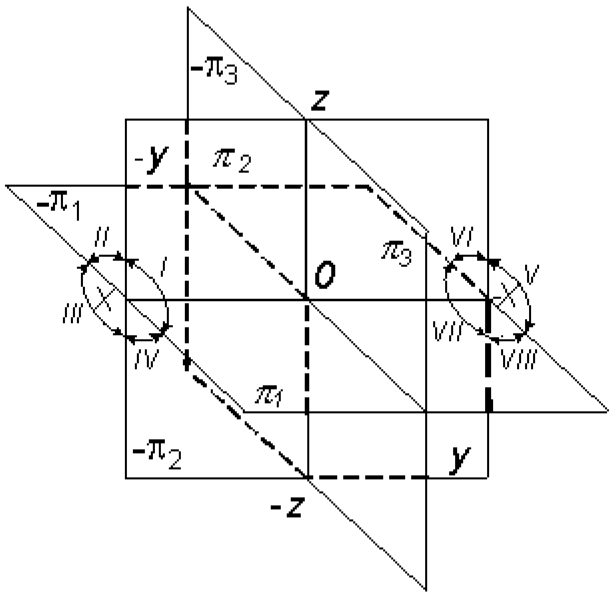


Рисунок 29

Рисунок 30

2.4. Точка в системе трех взаимно перпендикулярных плоскостей

При построении чертежей более сложных объектов пространства и решении иных геометрических задач возникает необходимость дополнить систему $\pi_1\pi_2$ другими плоскостями проекций. Введем новую вертикальную плоскость проекций π_3, называемую профильной плоскостью, и получим новую систему плоскостей - $\pi_1\pi_2\pi_3$. Взаимно пересекаясь между собой, три плоскости проекций делят пространство на 8 частей - октантов (лат. «okto» - восемь). При этом образуются оси проекций - X, Y, Z (рисунок 31).



$\pi_1 \cap \pi_2 =$ X, - X;

$\pi_1 \cap \pi_3 =$ Y, - Y;

$\pi_2 \cap \pi_3 =$ Z, - Z;

ось X - ось абцисс;

ось Y - ось ординат;

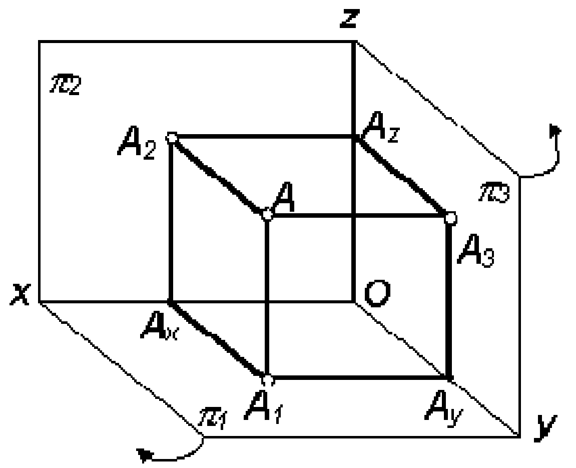
ось Z - ось аппликат;

0 - точка пересечения осей проекций X, Y, Z, начало координат.

Рисунок 31

Если некоторую точку А, находящуюся в I октанте, спроецировать на три плоскости проекций π_1, π_2 и π_3, то получим три проекции точки - горизонтальную A_1, фронтальную A_2 и профильную A_3 (рисунок 32).

Для того чтобы построить для этой точки комплексный чертеж или эпюр Монжа пространственное (наглядное) изображение необходимо преобразовать в плоскостное. При этом плоскости проекций для I октанта разворачиваются следующим образом: фронтальная плоскость π_2 остается на месте, горизонтальная π_1 поворотом вниз вокруг оси X, а профильная π_3 поворотом вправо вокруг оси Z совмещаются с фронтальной плоскостью (оба поворота на 90 градусов). Ось У как бы раздваивается - она участвует и в образовании горизонтальной плоскости проекций и необходима для профильной плоскости проекций (рисунок 33).



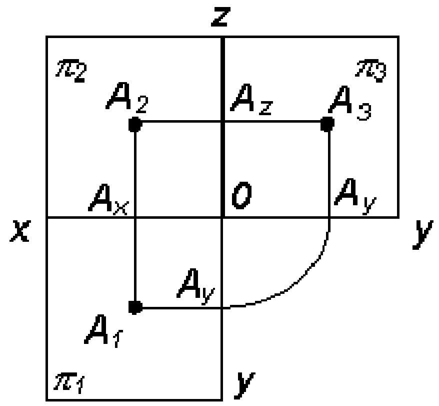


Рисунок 32 Рисунок 33

Из наглядного (рис. 32) и комплексного (рис. 33) чертежей видно, что все три проекции точки взаимосвязаны между собой. Необходимо отметить:

1. Две проекции точки принадлежат одной линии связи -

A_1 и $A_2 \in A_2A_1$; A_2 и $A_3 \in A_2A_3$.

2. Линии связи перпендикулярны соответствующей оси проекций -

$A_2A_1 \perp$ оси X; $A_2A_3 \perp$ оси Z.

3. Две проекции точки определяют положение третьей ее проекции.

4. Любая точка пространства задается координатами:

$AA_3 = A_1A_Z = A_X0 = A_2A_Z$ - расстояние от A до π_3 - это координата X;

$AA_2 = A_1A_X = Ay0 = A_3A_Z$ - расстояние от A до π_2 - координата Y;

$AA_1 = A_2A_X = A_Z0 = A_3Ay$ - расстояние от A до π_1- координата Z.

5. Любую проекцию точки определяют две координаты:

A_1 - X и Y; A_2 - X и Z; A_3 - Y и Z.

Примечание. В первом октанте у всех точек координаты положительные. Зритель, рассматривающий объект, находится в первом октанте.

2.5. Изображение точек в октантах пространства

По знакам координат точки можно определить октант, в котором она находится (таблица 1), и выполнить соответствующие изображения.

Таблица 1. Знаки координат

Октант	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	+	+	+	-	-	-	-
y	+	-	-	+	+	-	-	+
z	+	+	-	-	+	+	-	-

Примеры эпюров некоторых точек в октантах пространства:
рисунок 34 - эпюр точки A в I октанте;
рисунок 35 - эпюр точки B в II октанте;
рисунок 36 - эпюр точки C в III октанте;
рисунок 37 - эпюр точки D в IV октанте.

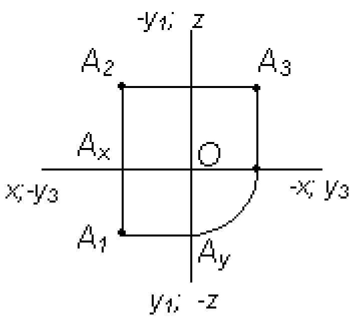


Рисунок 34

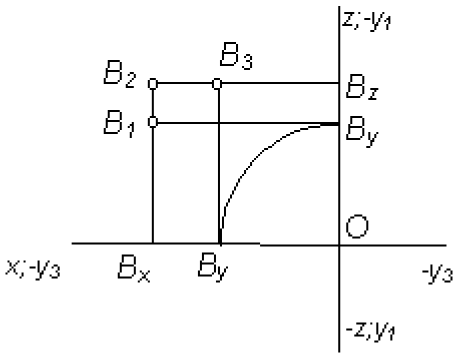


Рисунок 35

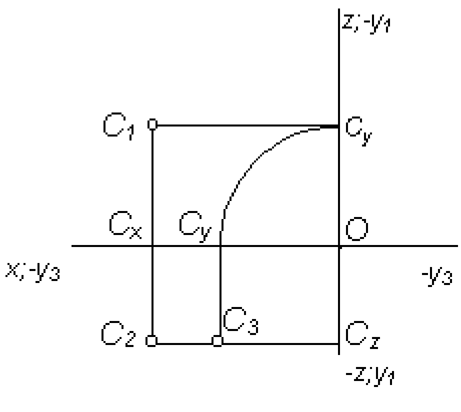


Рисунок 36

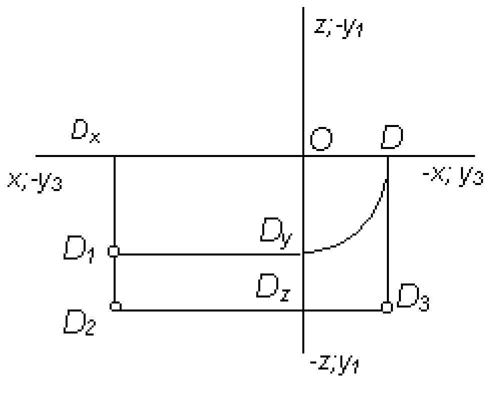


Рисунок 37

Примечание. В основном все задачи решаются в первом октанте, хотя алгоритмы решения задач работают во всех восьми октантах.

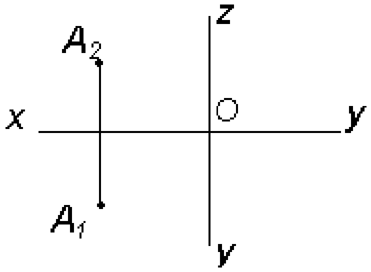
2.6. Решение задач на проецирование точки

Задача №1: Известны две проекции точки, находящейся в первом октанте. Определить и построить третью проекцию точки (рисунок 38).

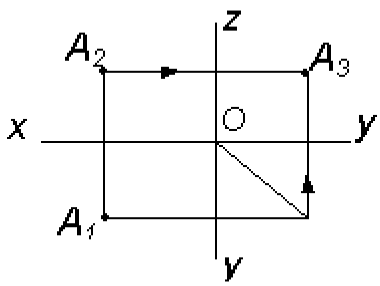
Построение третьей проекции по двум заданным - это классическая задача начертательной геометрии и технического черчения. При необходимости ее решения надо воспользоваться рассмотренной нами проекционной связью между проекциями точки.

Варианты: *Дано:* *Определить:* *Построение:*

1. A_1 и A_2 A_3?

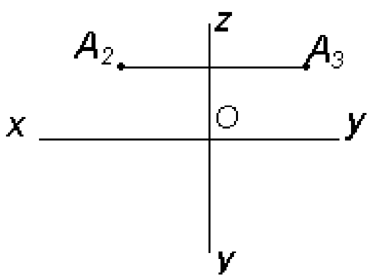


⇒

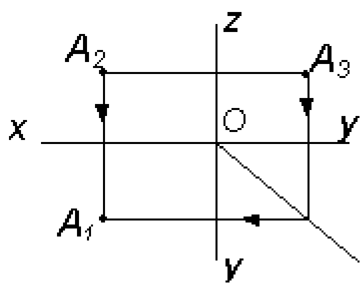


;

2. A_2 и A_3 A_1?

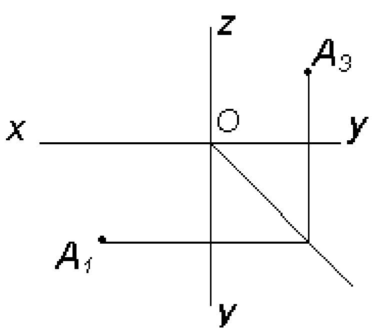


⇒

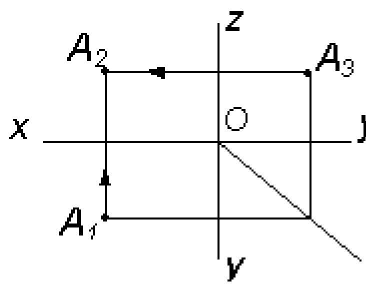


;

3. A_1 и A_3 A_2?



⇒



.

Рисунок 38

Задача №2: Построить проекции точки А (35;30;20) по заданным координатам.

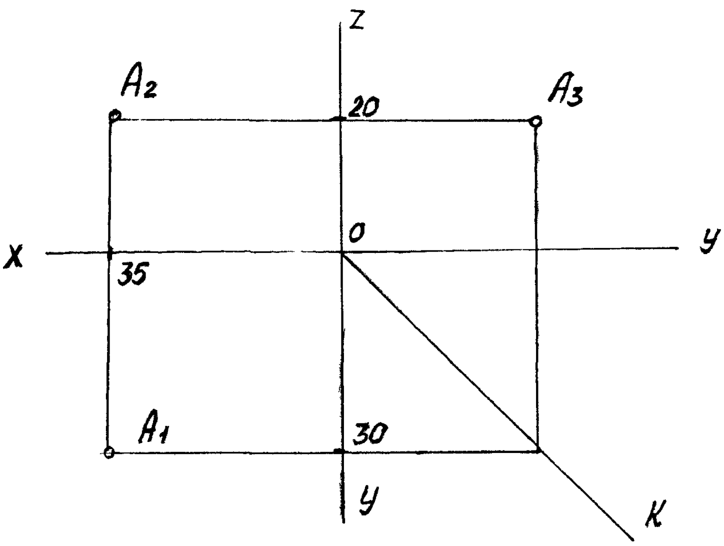


Рисунок 39

Решение (рисунок 39)*:*

1. Проводим координатные оси X,Y,Z.

2. Откладываем координаты по трем осям.

3. Находим фронтальную A_2 и горизонтальную A_1 проекции точки А.

4. С помощью прямой чертежа k, строим профильную проекцию точки А - A_3.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Сколько проекций точки определяют ее положение в пространстве?
2. Как образуются четверти пространства?
3. Что такое комплексный чертеж точки и механизм его образования?
4. Как называются и обозначаются плоскости проекций?
5. Что такое ось проекций и линия проекционной связи?
6. Если координата точки X равна 0, то в каком поле плоскости проекций лежит точка?
7. Что называется октантом?
8. Какими координатами определяются горизонтальная, фронтальная и профильная проекции точки?
9. Могут ли совпадать на чертеже горизонтальная и фронтальная проекции точки?
10. В каком октанте находится точка А (10;-15;-23)?

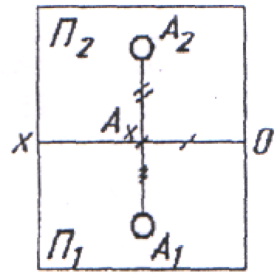
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. У точки А, принадлежащей горизонтальной плоскости проекции π_1, нулю равна координата ___.
2. Фронтальная плоскость проекции обозначается: __.

а) π_1 б) π_2 в) π_3

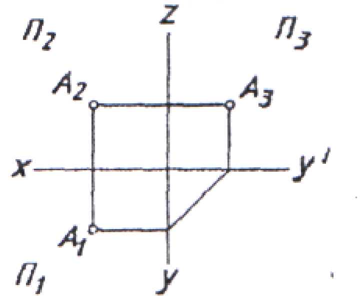
3. Две проекции точки однозначно определяют ее положение в:__.

а) случае задания дополнительных условий
б) горизонтальной плоскости проекций
в) пространстве
г) системе заданных плоскостей проекций

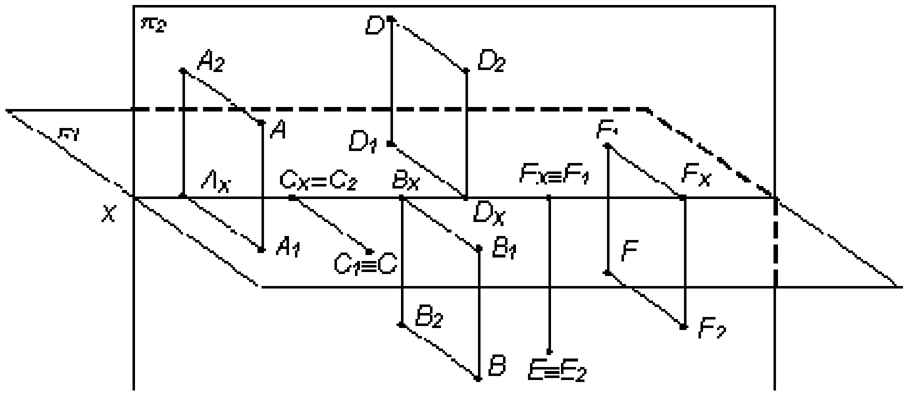


4. Точка А принадлежит:__.

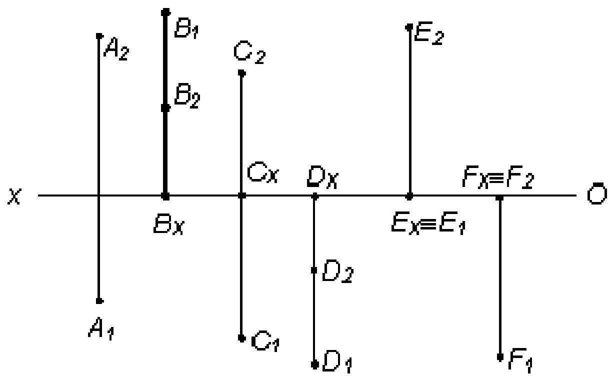
а) горизонтальной плоскости проекций
б) фронтальной плоскости проекций
в) профильной плоскости проекций
г) свободному пространству



5. Во второй четверти находится точка __.



6. На комплексном чертеже плоскости проекций π_2 принадлежит точка __.



7. Эпюром Монжа называют _____________________________.

8. Если у некоторой точки три координаты отрицательные, то точка находится в ___ октанте.

РАЗДЕЛ № 3. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

3.1. Прямая общего положения

Линия... - длина без ширины.
Эвклид

Прямая линия определяется двумя точками или одной точкой и направлением (см. выше рисунок 9). Для отображения прямой на плоскости достаточно спроецировать на эту плоскость две ее точки.

Любая прямая неограниченна и не имеет определенной длины, поэтому и задается на чертеже чаще всего отрезком. Предполагается, что отрезок при необходимости можно продолжить. Минимальное, но достаточное количество проекций прямой на комплексном чертеже или эпюре - две (рисунок 40).

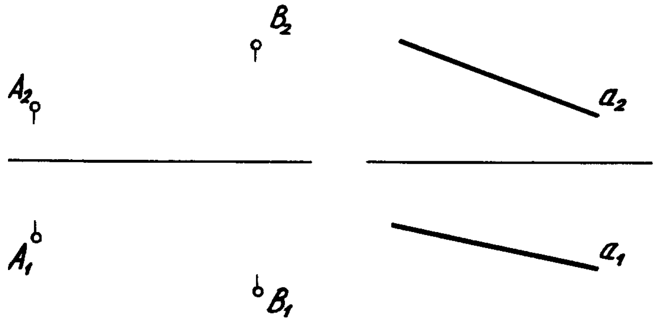


Рисунок 40

Прямая в пространстве может занимать общее или частное положения. *Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения* (рисунок 41).

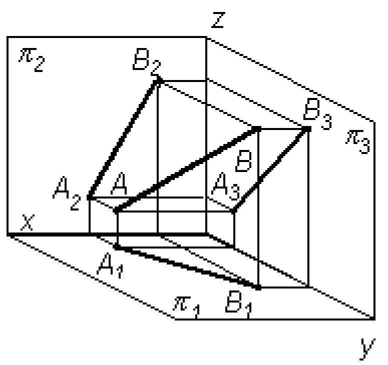


Рисунок 41

На наглядном чертеже прямая общего положения задана отрезком AB:

AB - прямая в пространстве;

A_1B_1 - горизонтальная проекция прямой;

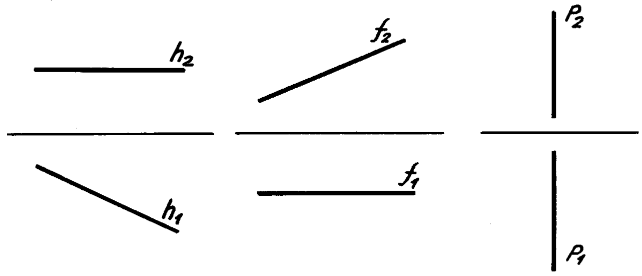
A_2B_2 - фронтальная проекция прямой;

A_3B_3 - профильная проекция прямой.

3.2. Прямые частного положения

Прямые частного положения расположены параллельно или перпендикулярно плоскостям проекций.

Прямая, параллельная одной плоскости проекций, называется прямой уровня (рисунок 42). Прямая, параллельная плоскости проекций π_1, называется горизонтальной прямой (*горизонталью*) и обозначается H (а). Прямая, параллельная плоскости π_2, называется фронтальной прямой *(фронталью)* и обозначается F (б). Прямая, параллельная плоскости π_3, называется *профильной прямой* и обозначается P (в).

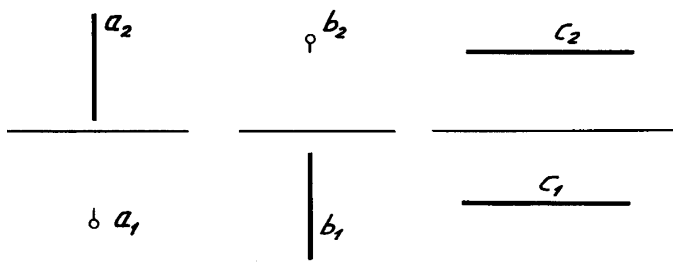


а) б) в)

Рисунок 42

Прямая, параллельная двум плоскостям проекций и перпендикулярная третьей, называется проецирующей прямой (рисунок 43).

Прямые, перпендикулярные плоскости проекций π_1, π_2, π_3 называются *горизонтально* (а), *фронтально* (б) и *профильно* (в) *проецирующими прямыми.*



а) б) в)

Рисунок 43

3.3. Анализ чертежей прямых

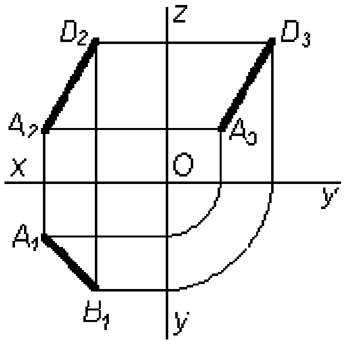


Рисунок 44

На эпюре изображены проекции прямой общего положения, заданной отрезком AB (рисунок 44). Отрезок прямой расположен в I октанте.

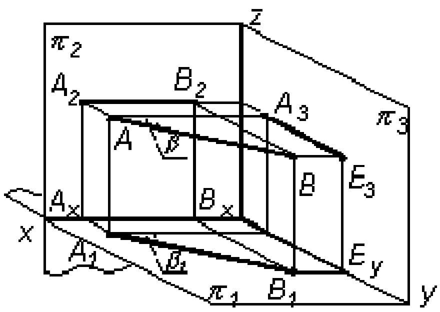


Рисунок 45

На рисунке 45 представлен наглядный чертеж отрезка прямой уровня (горизонтали):

AB - отрезок горизонтали;

[AB] $\parallel$ π_1 $\Rightarrow$

A_1B_1 - натуральная величина отрезка;

[A_2B_2] $\parallel$ оси X; [A_3B_3] $\parallel$ оси Y;

β - угол наклона горизонтали к π_2.

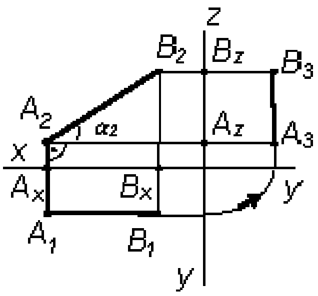


Рисунок 46

На рисунке 46 показан эпюр отрезка прямой уровня AB (фронтали):

[AB] $\parallel$ π_2 $\Rightarrow$

A_2B_2 - натуральная величина отрезка;

[A_1B_1] $\parallel$ оси X; [A_3B_3] $\parallel$ оси Z;

α - угол наклона фронтали к π_1.

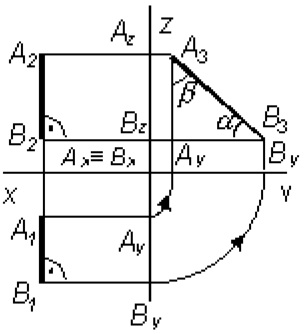


Рисунок 47

На эпюре показаны проекции отрезка прямой уровня - профильной прямой (рисунок 47): [AB] $\parallel$ π_3 $\Rightarrow$ A_3B_3 - натуральная величина отрезка профильной прямой;

[A_1B_1] $\parallel$ оси Y; [A_2B_2] $\parallel$ оси Z;

α - угол наклона профильной прямой к π_1;

β - угол наклона профильной прямой к π_2.

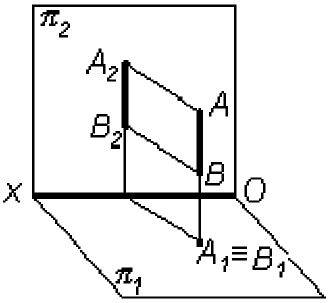


Рисунок 48

На рисунке 48 представлен наглядный чертеж отрезка AB горизонтально проецирующей прямой:

$[AB] \perp \pi_1 \Rightarrow A_1 \equiv B_1$;

$[AB] = [A_2B_2] \Rightarrow$

A_2B_2 - натуральная величина отрезка AB.

Примечание. Профильная плоскость на рисунке не показана.

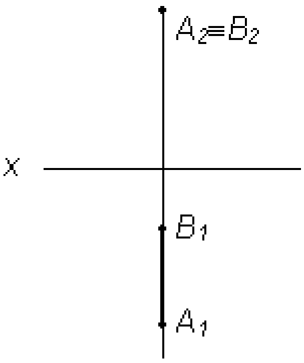


Рисунок 49

На рисунке 49 показан эпюр отрезка фронтально проецирующей прямой AB:

$[AB] \perp \pi_2 \Rightarrow A_2 \equiv B_2$;

A_1B_1 - натуральная величина отрезка AB.

Примечание. Профильная проекция на рисунке не представлена.

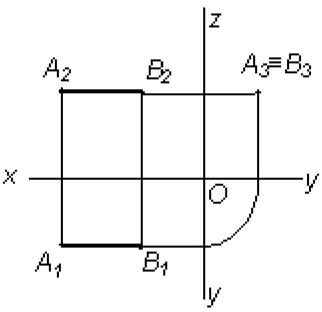


Рисунок 50

На рисунке 50 изображен эпюр отрезка профильно проецирующей прямой AB:

$[AB] \perp \pi_3 \Rightarrow A_3 \equiv B_3$;

$A_1B_1 = A_2B_2$ - натуральная величина отрезка AB.

Анализ изображений прямых различных положений показал:

1. Каждая проекция отрезка прямой общего положения меньше самого отрезка, задающего эту прямую.

2. Прямая уровня проецируется в натуральную величину на ту плоскость, которой она параллельна. Две остальные ее проекции параллельны или перпендикулярны осям проекций.

3. Если прямая перпендикулярна плоскости проекций, то ее проекцией на эту плоскость является точка. Две остальные ее проекции параллельны или перпендикулярны осям проекций.

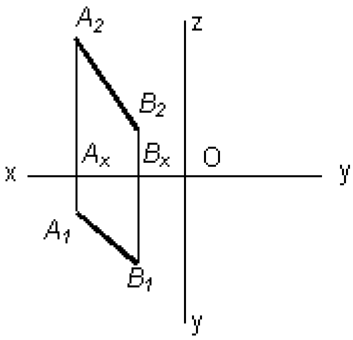
3.4. Построение третьей проекции отрезка по двум заданным

Рассмотрим построение недостающей проекции прямой общего положения, расположенной в первом октанте и заданной отрезком (рисунок 51).

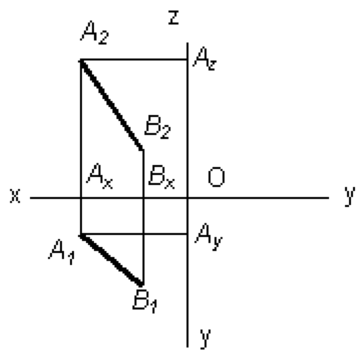
Задача: Прямая общего положения AB задана двумя проекциями A_1B_1 и A_2B_2. Необходимо построить третью проекцию A_3B_3 (а).

Построение:

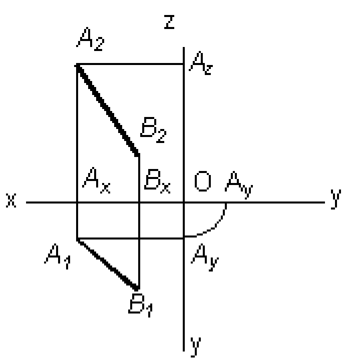
1. На осях Z и Y определяем координаты точки A - A_z и A_y (б);
2. Строим точку схода A_y для профильной проекции (в);
3. Проводим перпендикуляры из A_y и A_z и обозначим полученную профильную проекцию точки - A_3 (г);
4. На осях Z и Y откладываем координаты точки B - B_z и B_y (д);
5. Определяем точку схода B_y для профильной проекции (е);
6. Строим перпендикуляры: $B_zB_3 \perp Z$, $B_yB_3 \perp Y$. Обозначим профильную проекцию точки - B_3 (ж);
7. Соединяем полученные проекции A_3 и B_3 – это и будет искомая проекция отрезка AB прямой общего положения на плоскости π_3 (з).



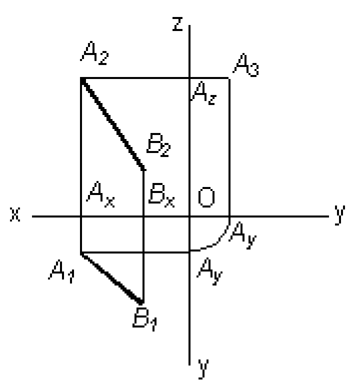
а)



б)



в)



г)

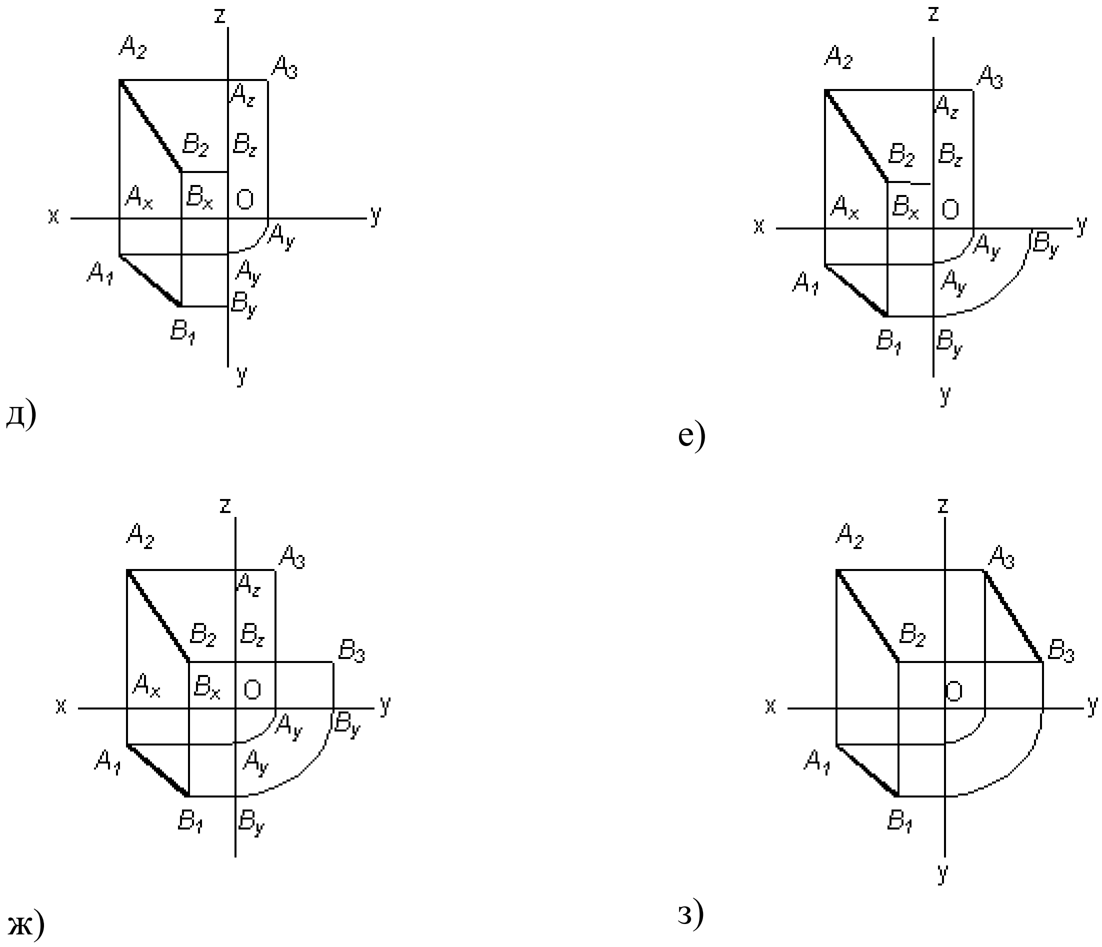


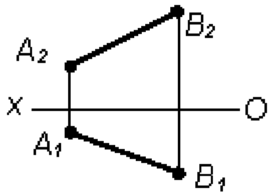
Рисунок 51

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Чем определяется прямая линия?
2. Какое положение могут занимать прямые в пространстве?
3. Как по отношению к плоскостям проекций может располагаться прямая?
4. Какими элементами определяется прямая в пространстве и на эпюре?
5. Какая прямая называется прямой общего положения?
6. Как располагаются на комплексном чертеже проекции прямой общего положения?
7. Какие частные положения прямых знаете?
8. Сколько существует прямых уровня?
9. Характерный признак расположения проекций горизонтали, фронтали и профильной прямой на эпюре.
10. Как располагаются на комплексном чертеже проекции проецирующих прямых?
11. На какие плоскости проекций отрезок фронтально-проецирующей прямой проецируется в натуральную величину?

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

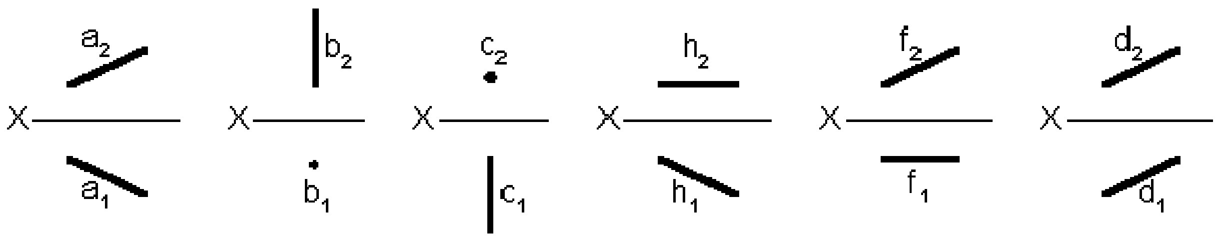
1. Отрезок АВ является прямой ________ положения.



а) частного б) общего

2. Прямую, перпендикулярную плоскости проекции, называют __________.

3. Фронталь расположена на эпюре: __.



а) б) в) г) д) е)

4. Установите соответствие положения отрезка АВ его положению:

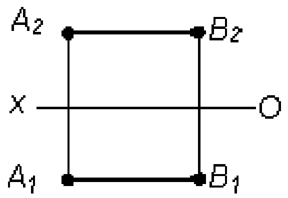
1) АВ $\perp$ π_1

2) АВ $\perp$ π_2

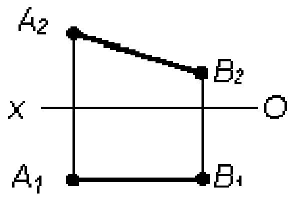
3) АВ $\|$ π_1

4) АВ - общего положения

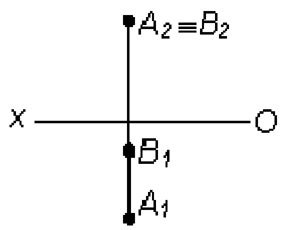
а)



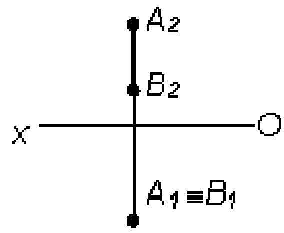
б)



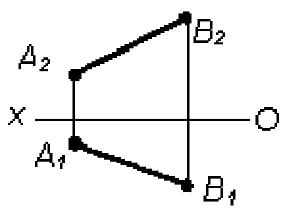
в)



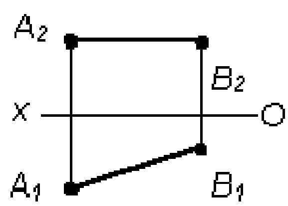
г)



д)



е)



РАЗДЕЛ № 4. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

4.1. Способы задания плоскости на чертеже

Плоскость – это двумерный геометрический образ, имеющий длину и ширину. Любая плоскость считается бесконечной, не имеющей толщины и непрозрачной.

Из школьного курса геометрии (стереометрия) известно, что плоскость в пространстве можно задать (рисунок 52):

- тремя точками, не лежащими на одной прямой (а);
- прямой и точкой, не принадлежащей этой прямой (б);
- двумя параллельными прямыми (в); двумя пересекающимися прямыми (г);
- какой-либо плоской фигурой - треугольником, четырехугольником, окружностью (д).

В начертательной геометрии пользуются еще одним способом задания плоскостей – следами (е). Следом плоскости называют линию пересечения плоскости с плоскостью проекций.

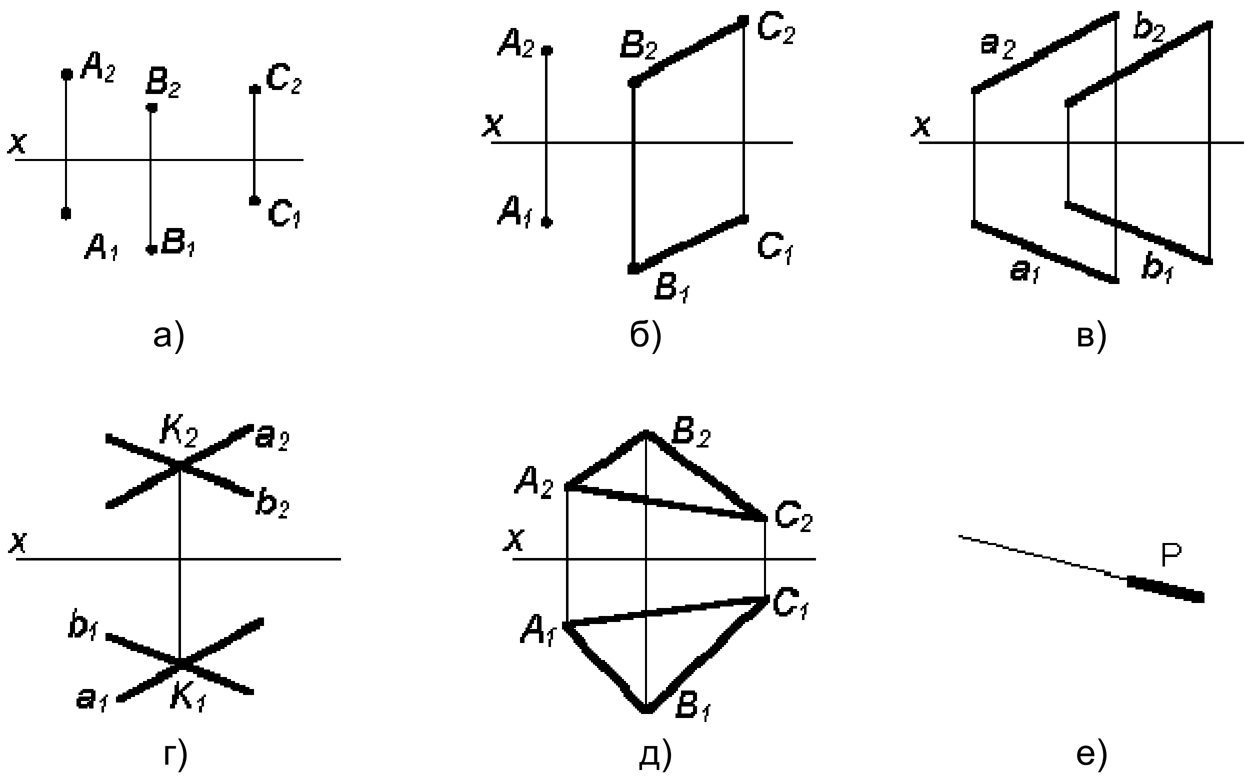


Рисунок 52

Примечание: через скрещивающиеся прямые нельзя провести одну плоскость.

Любые плоскости в пространстве могут занимать общее или частное положения (рисунок 53).

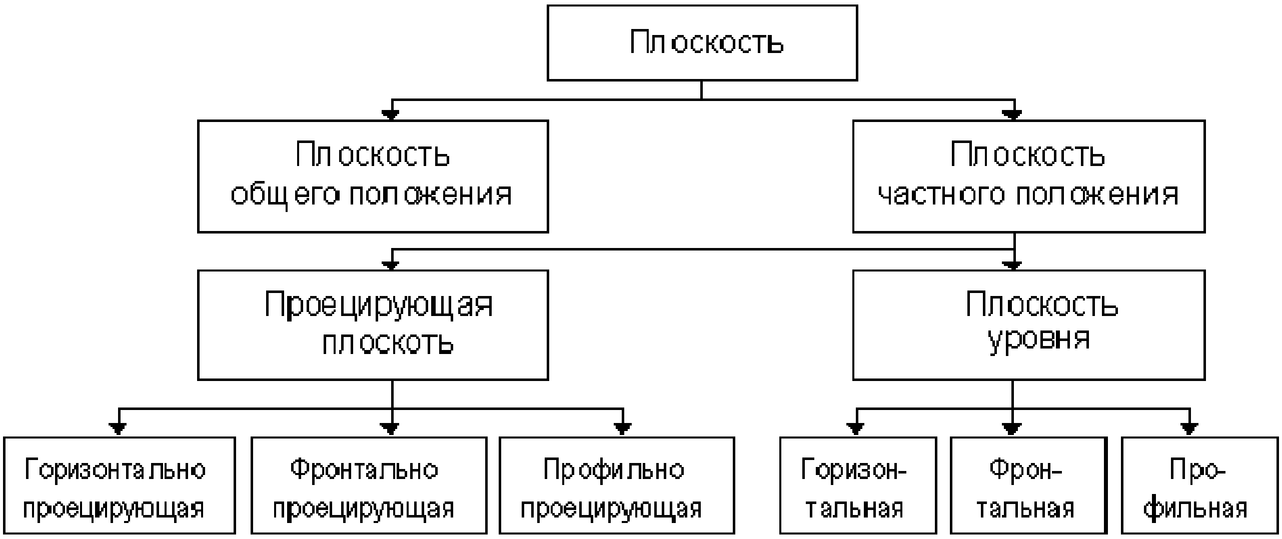


Рисунок 53

4.2. Плоскость общего положения

Плоскость, не перпендикулярную и не параллельную ни к одной из плоскостей проекций, называют плоскостью общего положения.

Пусть в некоторой плоскости взят треугольник ABC. При проецировании ΔABC на π_1 получим проекцию $\Delta A_1B_1C_1$, при проецировании на π_2 - $\Delta A_2B_2C_2$ (рисунок 54). Сначала построили чертежи вершин треугольника, а затем одноименные проекции вершин соединили отрезками, которые и являются проекциями сторон треугольника. На эпюре все линии проекционной связи A_2A_1, B_2B_1, C_2C_1 перпендикулярны оси X.

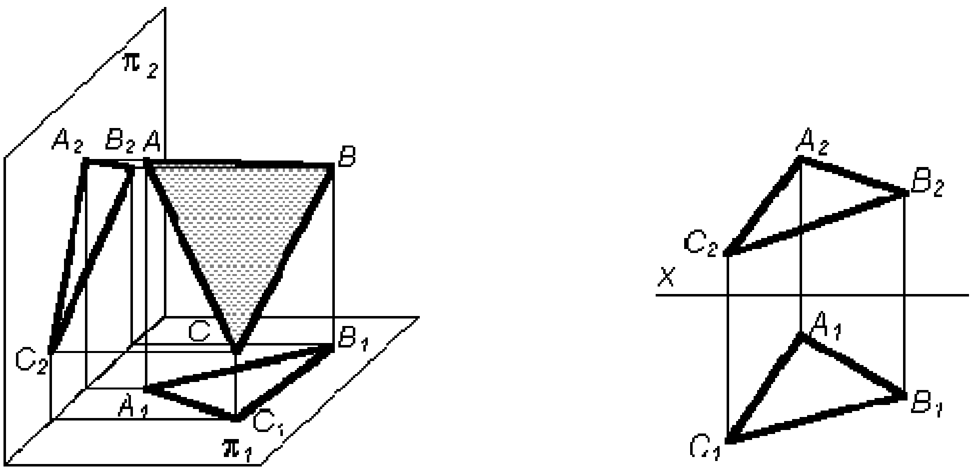
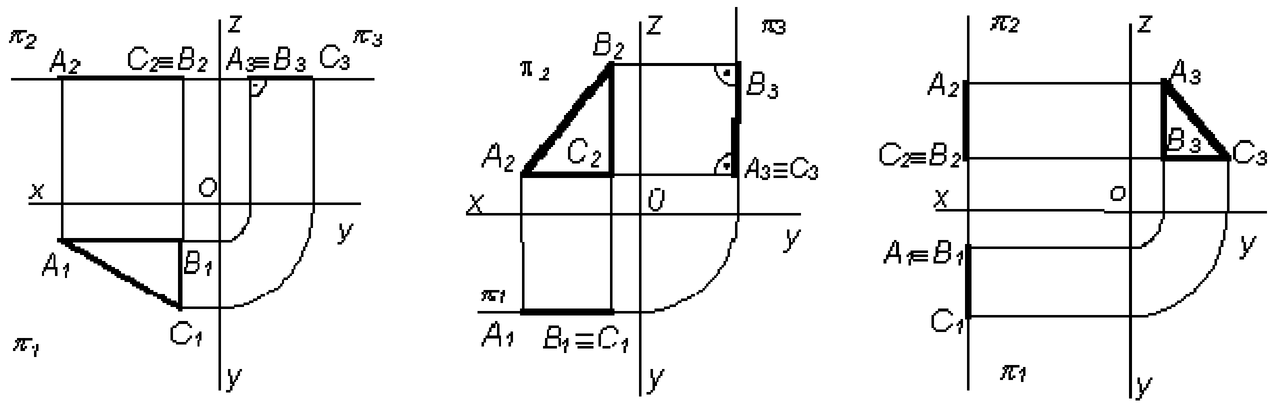


Рисунок 54

4.3. Плоскости частного положений

Плоскости частного положения в пространстве расположены или параллельно или перпендикулярны плоскостям проекции.

Плоскости, параллельные плоскостям проекций π_1, π_2, π_3, называют соответственно плоскостями горизонтального (а), фронтального (б) и профильного (в) уровня (рисунок 55).

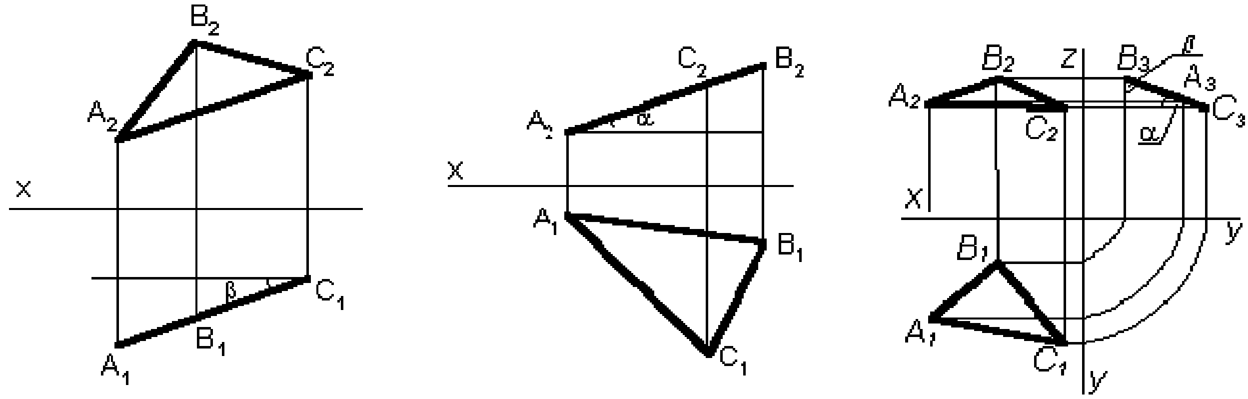


а) б) в)

Рисунок 55

Горизонтальная плоскость никогда не пересечется с плоскостью проекций π_1, фронтальная с π_2, а профильная с π_3.

Плоскости, перпендикулярные плоскостям проекций π_1, π_2, π_3, именуют соответственно горизонтально (а), фронтально (б) и профильно (в) проецирующими (рисунок 56).



а) б) в)

Рисунок 56

4.4. Анализ наглядных чертежей плоскостей частного положений

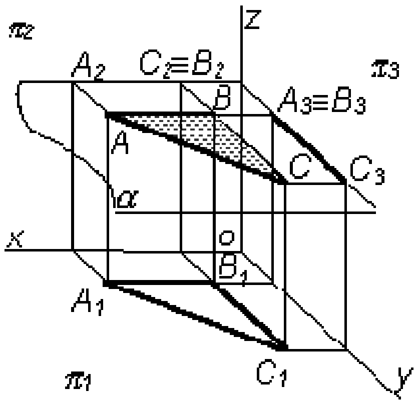


Рисунок 57

Горизонтальная плоскость задана треугольником ABC (рисунок 57).
Эта плоскость пересекает плоскость π_2 параллельно оси X, а плоскость π_3 - параллельно оси У.
$\Delta ABC \parallel \pi_1 \Rightarrow$
$\Delta A_1B_1C_1$ - натуральная величина Δ.

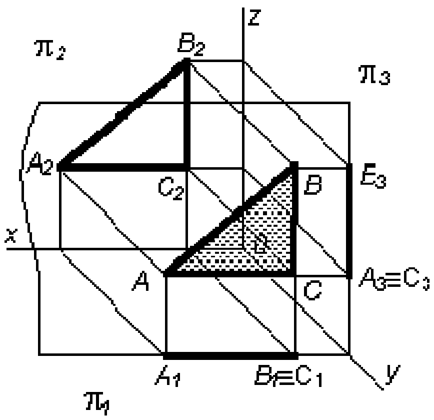


Рисунок 58

Фронтальная плоскость задана треугольником ABC (рисунок 58).
Эта плоскость пересекает плоскость π_1 параллельно оси X, а плоскость π_3 - по линии, параллельной оси Z.
$\Delta ABC \parallel \pi_2 \Rightarrow$
$\Delta A_2B_2C_2$ - натуральная величина Δ.

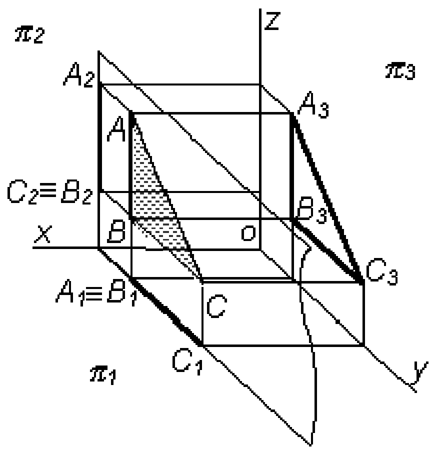


Рисунок 59

Профильная плоскость задана треугольником ABC (рисунок 59).
Эта плоскость пересекает плоскости проекций π_1 и π_2 по линиям, параллельным осям Z и Y.
$\Delta ABC \parallel \pi_3 \Rightarrow$
$\Delta A_3B_3C_3$ - натуральная величина Δ.

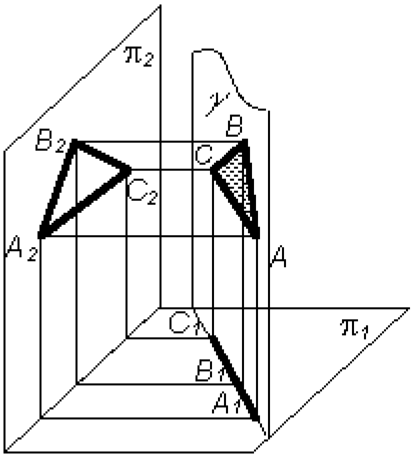


Рисунок 60

Горизонтально-проецирующая плоскость задана ΔABC - $\Delta ABC \perp \pi_1$ (рисунок 60).
Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость π_1 в прямую линию; горизонтальная проекция ΔABC есть прямая линия на плоскости π_1 - A_1C_1.

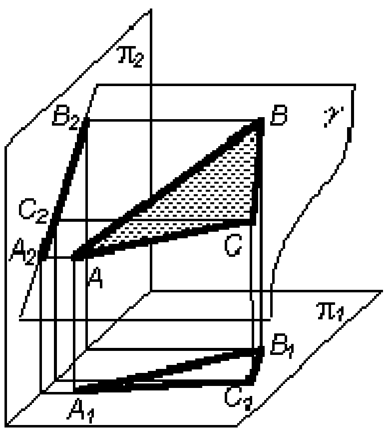


Рисунок 61

Фронтально-проецирующая плоскость задана ΔABC - $\Delta ABC \perp \pi_2$ (рисунок 61).
Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость π_2 в прямую линию; фронтальная проекция ΔABC есть прямая линия на плоскости π_2 - A_2B_2.

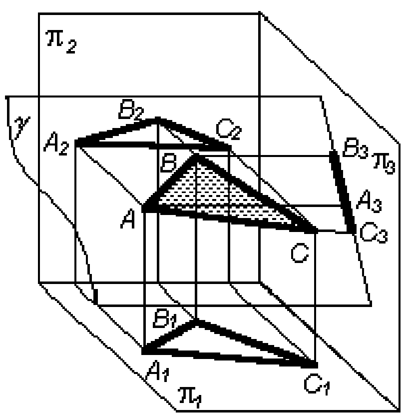


Рисунок 62

Профильно-проецирующая плоскость задана ΔABC - $\Delta ABC \perp \pi_3$ (рисунок 62).
Любой элемент, лежащий в этой плоскости, проецируется на плоскость π_3 в прямую линию; профильная проекция ΔABC есть прямая линия на плоскости π_3 - B_3C_3.

Таким образом:

- если плоскость параллельна какой-либо плоскости проекций, то на эту плоскость она проецируется в натуральную величину, а две ее другие проекции есть прямые линии параллельные осям проекций;

- если плоскость перпендикулярна одной из плоскостей проекций, то на эту плоскость она проецируется в виде прямой линии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

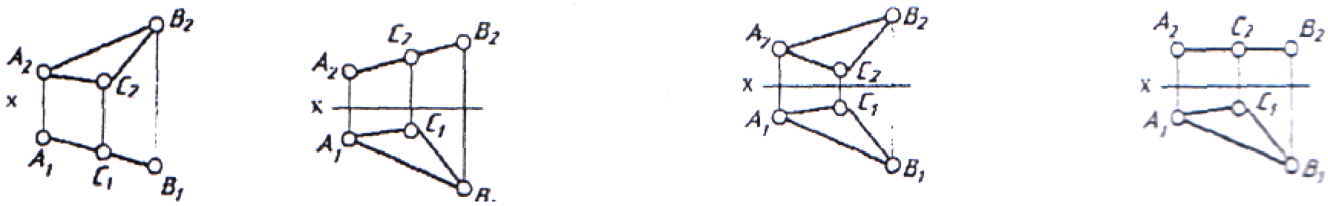
1. Какие способы задания плоскости на комплексном чертеже знаете?
2. Что называется следом плоскости?
3. Какие положения может занимать плоскость относительно плоскостей проекций?
4. Дать определение плоскостям общего положения.
5. Перечислите плоскости частных положений в пространстве.
6. Какая плоскость называется плоскостью уровня?
7. Какая плоскость называется проецирующей?
8. Характерный признак расположения проекций или следов плоскостей общего положения, проецирующих и уровня.
9. Задайте на эпюре профильную плоскость уровня и постройте проекции некоторой точки А, лежащей в этой плоскости.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Плоскости, перпендикулярные плоскостям проекций, являются ___________.

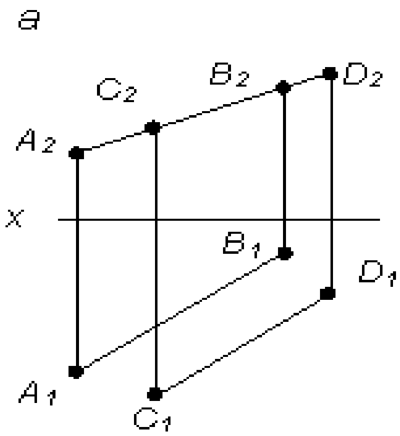
2. Установите соответствие наименований плоскостей с эпюрами:

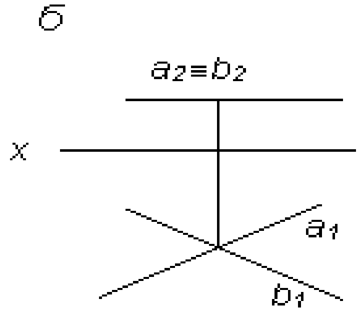
1) фронтально-проецирующая
2) общего положения
3) горизонтального уровня



а) б) в) г)

3. Перечислите характерные признаки изображения на чертеже плоскостей уровня: ____.
4. Плоскость, не параллельная плоскости проекций, называется ___________.
5. Следом плоскости является прямая, образованная _______________.
6. Плоскость уровня изображена на эпюре: __.

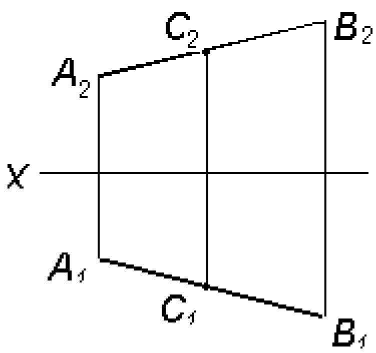




РАЗДЕЛ № 5. ВЗАИМНАЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ, ПРЯМОЙ, ПЛОСКОСТИ

5.1. Принадлежность точки прямой

Точка может принадлежать и может не принадлежать прямой.



Рассмотрим принадлежность точки прямой общего положения, заданной отрезком АВ (рисунок 63):

$C_1 \in [A_1B_1]; \; C_2 \in [A_2B_2] \;\; \Rightarrow \; C \in [AB].$

Рисунок 63

Выражение «точка С инцидентна прямой, заданной [АВ]» означает, что точка С принадлежит данной прямой, или что прямая проходит через точку С, или, что тоже самое, точка С лежит на прямой АВ.

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям этой прямой. Обратное заключение справедливо для всех прямых (исключение - профильные прямые уровня).

5.2. Принадлежность прямой плоскости

Прямая принадлежит плоскости:

- если две ее точки принадлежат плоскости;
- если она проходит через точку, принадлежащую данной плоскости и параллельна какой-нибудь прямой этой плоскости.

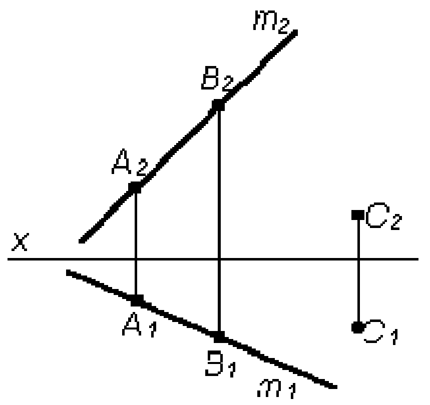


Рисунок 64

Плоскость задана тремя точками A, B, C. Прямая m проходит через две точки плоскости и поэтому принадлежит последней (рисунок 64):

$A_1, B_1 \in m_1$; $A_2, B_2 \in m_2 \Rightarrow$

$A, B \in m \quad \Rightarrow \quad m \in$ плоскости (A, B, C).

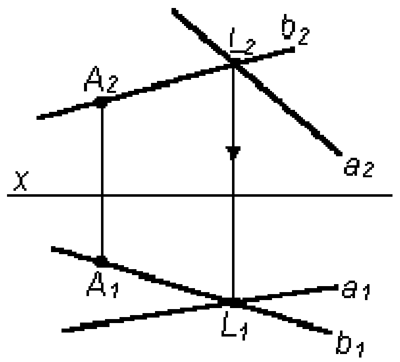


Рисунок 65

Плоскость задана точкой A и прямой a. Прямая b проходит через две точки плоскости A и L и поэтому принадлежит плоскости (рисунок 65):

$L_1 \in a_1$; $L_2 \in a_2$;

$A_1, L_1 \in b_1$; $A_2, L_2 \in b_2 \Rightarrow$

$A, L \in b \quad \Rightarrow \quad b \in$ плоскости (A, a).

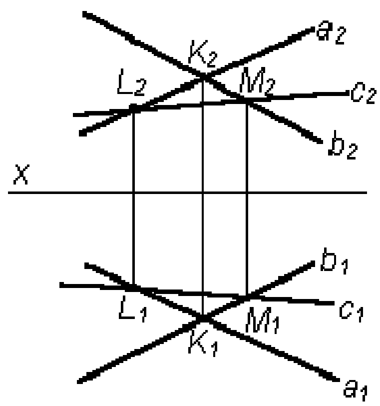


Рисунок 66

Плоскость задана двумя пересекающимися прямыми: $a \cap b = K$. Произвольная прямая c проходит через две точки плоскости L и M, поэтому и принадлежит плоскости (рисунок 66):

$L_1 \in a_1$; $L_2 \in a_2 \quad \Rightarrow \quad L \in a$;

$M_1 \in b_1$; $M_2 \in b_2 \quad \Rightarrow \quad M \in b$;

$L_1, M_1 \in c_1$; $L_2, M_2 \in c_2 \quad \Rightarrow$

$L, M \in c \quad \Rightarrow \quad c \in$ плоскости $(a \cap b)$.

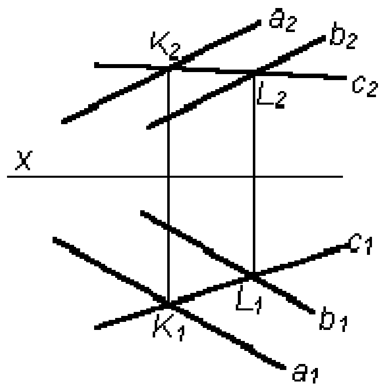


Рисунок 67

Плоскость задана двумя параллельными прямыми a и b: $a \parallel b$. Произвольная прямая c проходит через две точки плоскости K и L, поэтому и принадлежит последней (рисунок 67):

$K_1 \in a_1$; $K_2 \in a_2 \Rightarrow K \in a$;
$L_1 \in b_1$; $L_2 \in b_2 \Rightarrow L \in b$;
$K_1, L_1 \in c_1$; $K_2, L_2 \in c_2 \Rightarrow$
$K, L \in c \Rightarrow c \in$ плоскости $(a \parallel b)$.

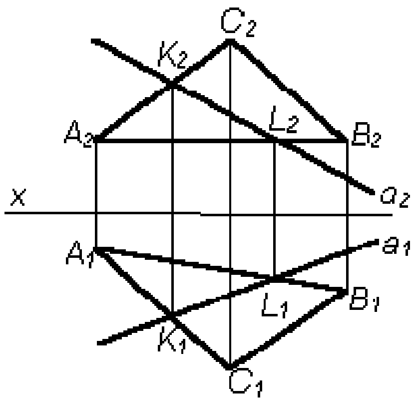


Рисунок 68

Плоскость задана плоской фигурой (ΔABC). Через произвольные точки плоскости K и L проходит прямая a и поэтому принадлежит плоскости, заданной треугольником (рисунок 68):

$K_1 \in [A_1C_1]$; $K_2 \in [A_1C_1] \Rightarrow K \in [AC]$;
$L_1 \in [A_1B_1]$; $L_2 \in [A_2B_2] \Rightarrow L \in [AB]$;
$K_1, L_1 \in a_1$; $K_2, L_2 \in a_2 \Rightarrow$
$K, L \in a \Rightarrow a \in$ плоскости (ΔABC).

5.3. Принадлежность точки плоскости

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой этой плоскости.

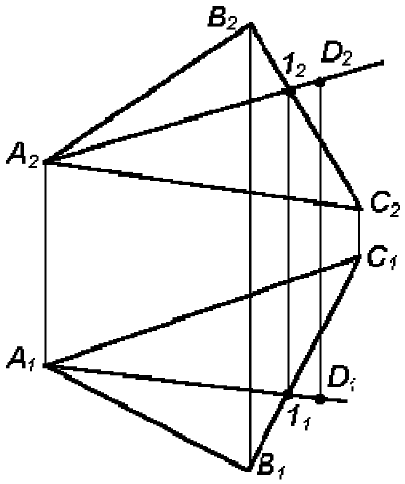


Рисунок 69

На рисунке 69 точка D принадлежит плоскости, заданной треугольником ABC, так как лежит на прямой плоскости:

$D_1 \in A_11_1$; $D_2 \in A_21_2 \Rightarrow$
$D \in A1$;
$[A_11_1] \in \Delta A_1B_1C_1$;
$[A_21_2] \in \Delta A_2B_2C_2 \Rightarrow$
$[A1] \in \Delta ABC \Rightarrow$
$D \in$ плоскости (ΔABC).

5.4. Решение задач на взаимное положение точки и плоскости

Решение задач на взаимное положение точки и плоскости сводится к определению принадлежности или непринадлежности точки плоскости.

Задача: Построить вторую проекцию точки K, если известно о принадлежности этой точки плоскости, заданной треугольником ABC (рисунок 70).

Построение:

1. Дана плоскость - ΔABC и фронтальная проекция точки K - K_2 .

Значит, нам известна фронтальная проекция точки, которая по условию задачи принадлежит плоскости (а);

2. Проведем через K_2 фронтальную проекцию некоторой прямой - $1_2 2_2$ так, чтобы прямая принадлежала треугольнику ABC. Проекции двух точек прямой 1_2 и 2_2 лежат на фронтальных проекциях двух сторон треугольника заданной плоскости (б);

3. Находим на эпюре горизонтальные проекции точек прямой - 1_1 и 2_1. Соединим эти проекции, получим горизонтальную проекцию прямой (в);

4. Вторая проекция точки K - это K_1. Определим ее на горизонтальной проекции прямой $1_1 2_1$ с помощью проекционной линии связи $K_1K_2 \perp$ оси X (г).

Горизонтальная проекция точки K_1 построена.

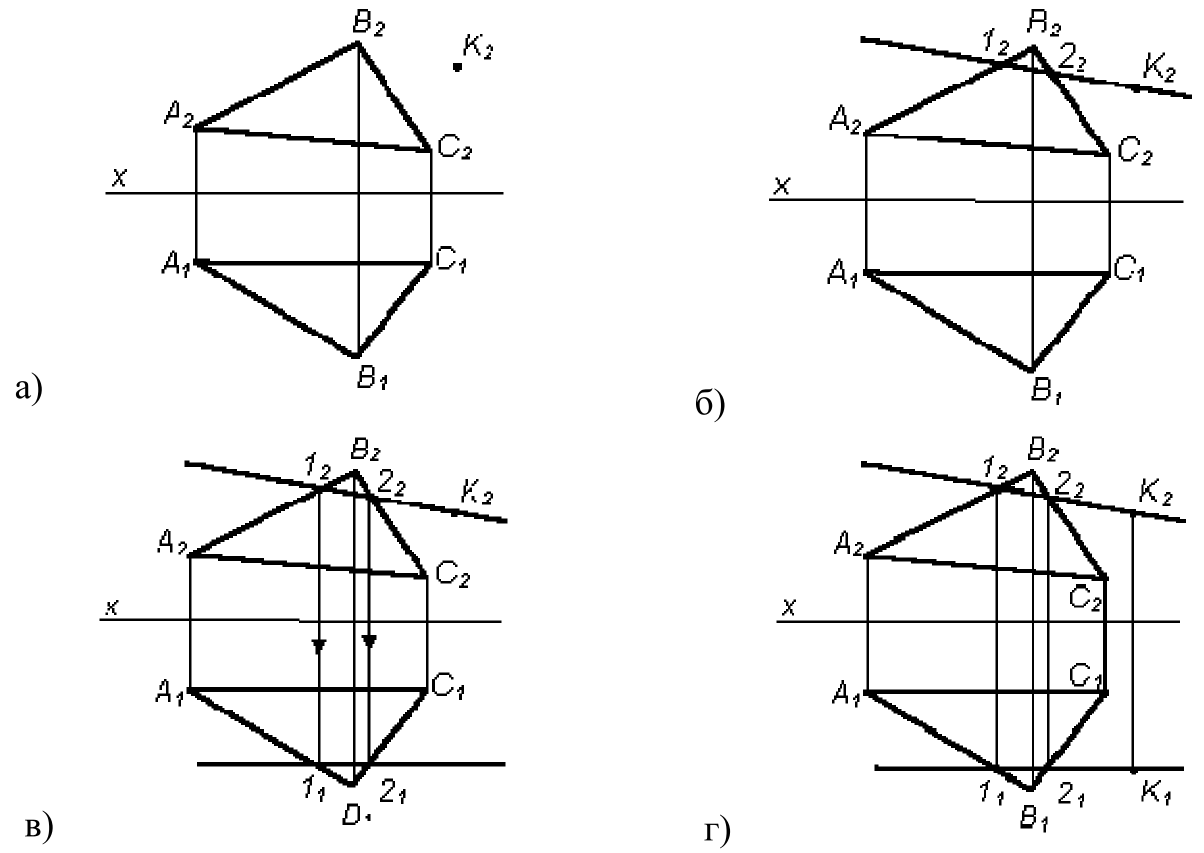


Рисунок 70

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Какое условие принадлежности прямой плоскости знаете?
2. Сформулируйте признак принадлежности точки плоскости.
3. Как построить на комплексном чертеже точку, принадлежащую плоскости?
4. Когда прямая принадлежит плоскости?
5. Как построить прямую общего положения и точку в плоскости общего положения?
6. Как построить прямую общего положения и точку в проецирующей плоскости?
7. Задайте на эпюре фронтально-проецирующую плоскость следами и постройте прямую, принадлежащую ей.

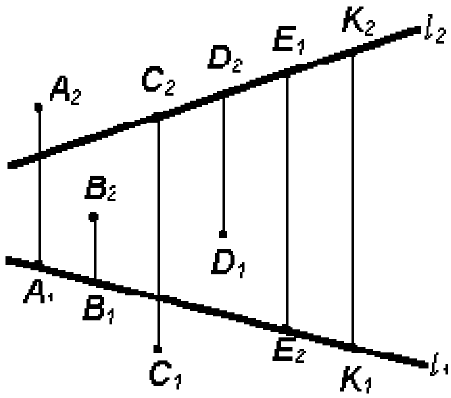
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Если точка принадлежит прямой, то ее проекции __________ одноименным проекциям этой прямой.

2. Прямая принадлежит плоскости, если имеет с ней две общие:__.

а) точки б) линии

3. Прямой l принадлежит точка:__.



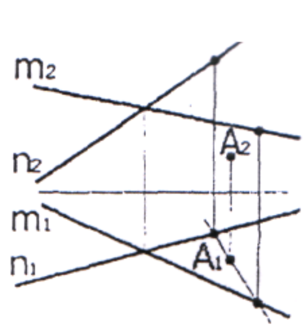
4. Точка А:__.

а) принадлежит горизонтальной плоскости проекций

б) принадлежит плоскости ($m \cap n$)

в) не принадлежит плоскости ($m \cap n$)

г) принадлежит фронтальной плоскости проекций



5. Если плоскость задана следами, то прямая принадлежит плоскости, если _____ прямой находятся на одноименных с ними ____ плоскости.
6. Чтобы построить точку, лежащую в заданной плоскости, предварительно строят ______, лежащую в заданной плоскости, и на этой _____ берут точку.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Пропущенное лекционное занятие вызывает непреодолимые трудности в решении задач на практике. Известно, что в процессе обучения каждая изучаемая тема опирается на знание предыдущего учебного материала, а практические занятия служат для приобретения умений и закрепления навыков в решении задач по пройденным разделам дисциплины. Трудности в обучении вызывают и невыясненные на лекции до конца вопросы. Накопившиеся вопросы приводят к тому, что студент просто перестает понимать преподавателя на занятиях.

Во избежание этой проблемы в пособие подробно рассмотрены базовые темы начертательной геометрии, а также некоторые позиционные задачи. В планируемой второй части пособия будут рассмотрены следы прямой, деление отрезка в заданных отношениях, способ прямоугольного треугольника, взаимные положения двух прямых, прямой и плоскости и многое другое.

В заключение пособия для лучшего усвоения материала представлены некоторые выводы, термины и определения:

Проецирование - процесс получения изображения предмета на плоскости проекций.

Точка - это геометрический образ, не имеющий измерений.

Точка - простейший неделимый элемент пространства.

Точка всегда проецируется в точку.

Положение точки в пространстве вполне определяется положением её двух ортогональных проекций.

Эпюром точки называется плоское изображение, полученное в результате ортогонального проецирования на две или несколько взаимно перпендикулярных плоскостей путём последующего совмещения этих плоскостей с одной плоскостью проекций.

Чертеж, составленный из двух и более связанных между собой ортогональных проекций изображаемого оригинала, называется *комплексным чертежом*.

Всякую линию можно представить себе как траекторию движущейся точки.

Отрезок - это часть прямой, которая ограничена с обеих сторон точками.

Плоскость следует рассматривать как частный случай поверхности.

Плоскость есть поверхность, содержащая полностью каждую прямую, соединяющую любые ее точки.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ

1. Бубенников, А.В. Начертательная геометрия: задачи для упражнений : учебное пособие / А.В. Бубенников. - М. : Высш. шк., 1981. - 296 с.
2. Бубенников, А.В. Начертательная геометрия : учебник для вузов / А.В. Бубенников. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Высш. шк., 1985. – 288 с.
3. Волков, В.Я. Геометрическое моделирование в курсе начертательной геометрии : учебное пособие / В.Я. Волков, Л.К. Куликов. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 1995. - 58 с.
4. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии : учебное пособие для втузов / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский ; под ред. В.О. Гордона и Ю.Б. Иванова. - 24-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2000. - 272 с.
5. Королев, Ю.И. Начертательная геометрия : учебник для вузов / Ю.И. Королев. - М. : Стройиздат, 1987. - 319 с.
6. Лагерь, А.И. Инженерная графика : учебник для инж.-техн. спец. Вузов / А.И. Лагерь, Э.А. Колесникова. - М. : Высш. шк., 1985. - 176 с.
7. Михайленко, В.Е. Инженерная графика : учебник / В.Е. Михайленко, А.М. Пономарев. - 3-е изд., перераб. и доп. - К. : Выща шк., 1990. - 303 с.
8. Начертательная геометрия : учебник для вузов / Н.Н. Крылов [и др.] ; под ред. Н.Н. Крылова. - 6 изд., перераб. и доп. - М. : Высш. шк., 1990. - 240 с.
9. Павлова, А.А. Начертательная геометрия : учебник для студентов педагогических институтов по специальности №03.02 (2120) «Труд» («Общетехнические дисциплины и труд») / А.А. Павлова. - М. : Прометей, 1993. - 280 с.
10. Фролов, С.А. Начертательная геометрия / С.А. Фролов. - М. : Машиностроение, 1983. - 240 с.
11. Чекмарев, А.А. Инженерная графика : учебник для вузов / А.А. Чекмарев. - 2-е изд., испр. - М. : Высш. шк., 1998. - 365 с.
12. Воронков, А.И. Решение метрических задач по начертательной геометрии на ЭВМ : методические указания к практическим занятиям по начертательной геометрии /А.И. Воронков [и др.]. – Оренбург : ГОУ ВПО ОГУ, 2003. - 66 с.
13. Начертательная геометрия для первокурсника : учебное пособие. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. - 68с.
14. Оганесов, О.А. Курс лекций по начертательной геометрии : учебное пособие для студентов строительных специальностей. Часть 2 / О.А. Оганесов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : МАДИ, 2010. - 99с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хрусталева, Т.В. Начертательная геометрия : учебное пособие / Т.В. Хрусталева. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2003. - 122 с.: ил.
2. Ляшков, А.А. Начертательная геометрия : конспект лекций / А.А. Ляшков, Л.К.Куликов, К.Л. Панчук. – Омск : Изд – во ОмГТУ, 2005. - 108 с.
3. Шевченко, О.Н. О познавательном интересе, начертательной геометрии и многом другом : учебное пособие / О.Н. Шевченко. – Оренбург : ГОУ ВПО «ОГУ», 2003. - 154 с.
4. Гордон, В.О. Курс начертательной геометрии : учебное пособие / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский ; под ред. Ю.Б. Иванова. - 25-е изд. - М. : Высш. шк., 2005. - 272 с.
5. Лусь, В.И. Конспект лекций по курсу начертательная геометрия (для студентов заочной формы обучения всех специальностей академии) / В.И. Лусь. - Харьков : ХНАГХ, 2007. - 79 с.
6. Лексаченко, Т.А. Начертательная геометрия : методические указания по решению задач с условиями задач / Т. А. Лексаченко. - Санкт-Петербург, 2005. - 23 с.
7. Губин, В.А. Начертательная геометрия. Инженерная графика : учебно-методический комплекс / В.А. Губин. – Чебоксары : ЧИ МГОУ, 2006. - 56 с.

Учебное издание

Маркова О.А.
кандидат педагогических наук

АЗБУКА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

ЧАСТЬ I

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Корректор Габдурахимова Т.М.
Худ.редактор Федорова Л.Г.

Сдано в набор 05.06.2012
Подписано в печать 14.09.2012.
Бумага писчая. Гарнитура Таймс.
Усл.печ.л. 2,8. Тираж 100.
Заказ №42.

НХТИ (филиал) ФГОУ ВПО «КНИТУ»,
г. Нижнекамск, 423570, ул.30 лет Победы, д.5а.